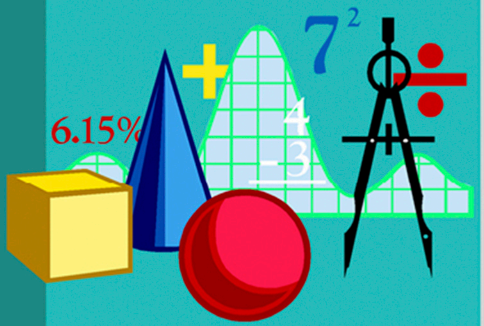
Министерство образования и науки Хабаровского края

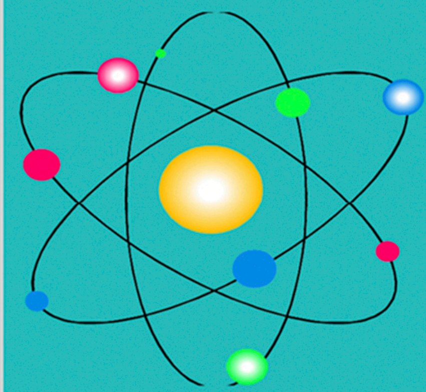
Краевое государственное автономное образовательное учреждение дополнительного образования
«Центр развития творчества детей
(Региональный модельный центр дополнительного образования детей Хабаровского края)»

Центр технического творчества

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Математика | Информатика | Физика





в образовательных организациях
Хабаровского края

МИФ

№ 4 (16) 2020 г.

г. Хабаровск
2020 г.

Печатается по решению
научно-методического совета
КГАОУ ДО РМЦ
Протокол № 1 от 21.01.2020 г.

МИФ: математика, информатика, физика в образовательных организациях Хабаровского края. Методические рекомендации / Е.В. Леховицер – Хабаровск: КГАОУ ДО РМЦ, 2020. – 28 с.

В методических рекомендациях представлены статьи педагогов высшего профессионального образования по математике, информатике и физике, в которых они сжато, структурировано излагают методики проведения практических занятий.

Все статьи сборника направлены на развитие интеллектуальных способностей учащихся и повышение у них интереса к физико-математическому образованию.

Данный материал будет полезен педагогам физико-математического направления для организации занятий, учителям общеобразовательных организаций, а также и учащимся, углублённо изучающим математику, информатику и физику.

Ответственный редактор: В.В. Шевченко
Ответственный за выпуск: О.А. Наумова
Компьютерная вёрстка: В.А. Тирская

Научные консультанты:
по математике: Жулидова Ю.В., старший преподаватель кафедры математики и информационных технологий ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ;
по информатике: Редько Е.А., старший преподаватель кафедры математики и информационных технологий ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ;
по физике: Горбанева Л.В., старший преподаватель кафедры физика ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ.

Содержание

Введение

В методических рекомендациях представлены статьи педагогов высшего профессионального образования по математике, информатике и физике, в которых они сжато, структурировано излагают методики проведения практических занятий.

В статье старшего преподавателя кафедры математики и информационных технологий ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ Ю.В. Жулидовой и А.А. Хрякова, студента ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ, описывается метод представления наглядного материала на уроках алгебры с помощью графической программы Advanced Grapher. Также в статье представлены задания и алгоритм их выполнения при помощи графической программы.

Е.А. Редько, старший преподаватель кафедры математики и информационных технологий ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ, в своей статье затронула очень актуальную тему разбора заданий повышенной сложности ЕГЭ. Разбор заданий описан на примере задачи.

Умение решать задачи является одним из основных показателей не только глубины усвоения учебного материала по физике, но и уровня развития мышления учащихся. Статья старшего преподавателя кафедры физики ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ Л.В. Горбаневой «Использование алгоритма решения задач на расчёт количества теплоты и составление уравнения теплового баланса» повысит их уровень знаний в этом направлении.

Все статьи сборника направлены на развитие интеллектуальных способностей учащихся и повышение у них интереса к физико-математическому образованию.

Данный материал будет полезен педагогам физико-математического направления для организации занятий и учащимся, углублённо изучающим математику, информатику и физику.

МАТЕМАТИКА

Ю.В. Жулидова,
старший преподаватель
кафедры математики и информационных технологий
А.А. Хряков,
студент гр. ПОМИ(аб)з-51
ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ

Применение графических пакетов на уроках алгебры (на примере программы Advanced Grapher)

В настоящее время активно разрабатывается прикладное программное обеспечение в различных сферах. Среди пользователей наиболее популярными являются программы, с помощью которых можно наглядно представить какие-либо данные, реализовать научную графику и т. п. Со временем появляется всё больше программных пакетов, с помощью которых можно реализовать достаточное количество требований.

Ниже представлены некоторые популярные программы:

1. **Advanced Grapher.** Мощная в использовании программа для построения графиков и их анализа. Поддерживает построение графиков функций вида Y(x), X(y) в полярных координатах, заданных параметрическими уравнениями, графиков таблиц, неявных функций (уравнений) и неравенств. Программа имеет многоязычный интерфейс, но только в случае использования с интерфейсом на русском языке она бесплатна. [1];
2. **GeoGebra.** Многофункциональное кроссплатформенное математическое приложение, позволяет осуществлять построение графиков заданной функции и различных 2D- и 3D-фигур, поддерживает возможность вычислительных действий: сложение, умножение, вычитание, деление, транспонирование, инвертирование, нахождение определителя и т. д. [2];
3. **Microsoft Mathematics.** Функциональный графический калькулятор, который позволяет рассчитывать различные числовые значения, решать уравнения, неравенства, а также строить 2-х и 3-х мерные графики. [3]
4. **Jmath.** Программа позволяет чертить математические функции, находить точки пересечения, производную и т. д. [4]

Обучение с использованием информационных технологий делает образовательный процесс более интересным и разнообразным, а именно:

- обучение интересное за счёт новизны и необычности такой формы работы;

- эффективно решается проблема наглядности обучения;
- учащиеся самостоятельно анализируют и исправляют допущенные ошибки, корректируют свою деятельность, в результате чего совершенствуют навыки самоконтроля;
- учащиеся осуществляют самостоятельную учебно-исследовательскую деятельность (моделирование, разработка проектов, презентаций, публикаций и т. д.), развивая творческую активность.

Любому педагогу известно, что изучение расположения графиков функций в системе координат требует построения достаточно большого количества этих графиков. Чем больше будет построено графиков, тем лучше учащиеся усвоят данный материал. Но возникает существенная проблема — учащиеся во время занятия просто не могут построить у себя в тетрадях большого количества графиков. В этом случае на помощь приходит программа ADVANCED GRAPHER, с помощью которой можно не просто построить большое количество графиков функций, но и задать нужный цвет линии и нужную толщину.

Применение программы на занятиях или в самостоятельной работе дома способствует повышению качества знаний, расширяет горизонты математики.

Особенно эффективно применение программы ADVANCED GRAPHER при изучении следующих разделов математики:

- взаимное расположение графиков линейных функций (7 класс);
- графический способ решения системы линейных уравнений (7 класс);
- графический способ решения уравнений (8 класс);
- построение графика квадратичной функции (9 класс);
- графический способ решения систем уравнений (9 класс);
- нахождение касательной к графику функции (10 класс);
- исследование функции при помощи производной и построение графика функции (10 класс);
- нахождение площади фигуры (11 класс);
- итоговое повторение.

Рассмотрим пример применения программы на занятии.

Решение иррациональных уравнений и неравенств

При изучении темы «Решение иррациональных уравнений и неравенств», графическая программа Advanced Grapher может стать необходимой для решения уравнений и неравенств графическим способом.

Приведём примеры.

Задание 1. Решим уравнение $\sqrt{2x-1}=3$.

Алгебраический способ:

$(\sqrt{2x-1})^2=3^2$;

$2x-1=9$;

$2x=10$;

$x=5$.

Проверка: если $x=5$, то

$\sqrt{2*5-1}=3$;

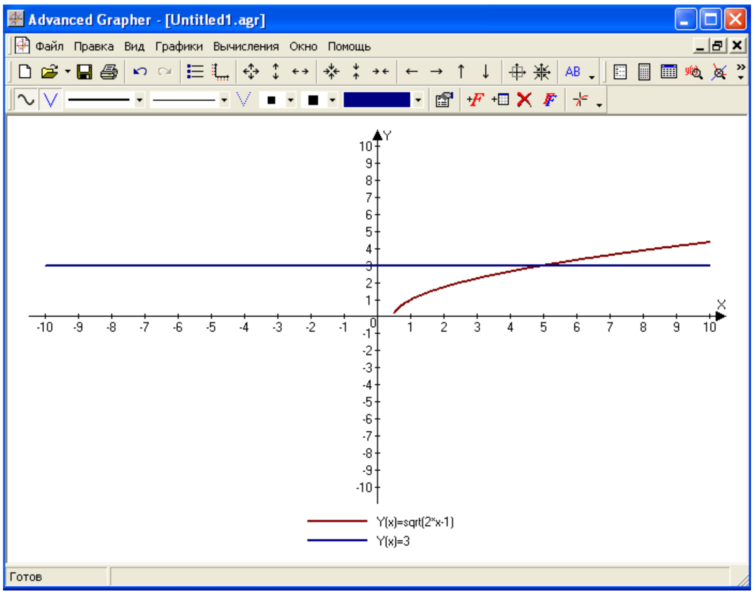
$\sqrt{9}=3$;

$3=3$.

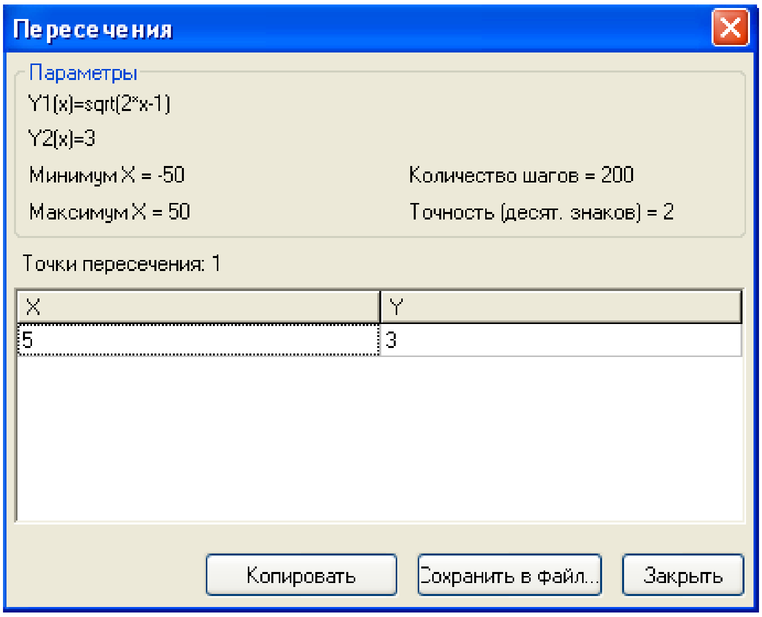
Ответ: 5.

Графический способ.

Рассмотрим два графика $y=\sqrt{2x-1}$ и $y=3$.



Точка пересечения графиков и является решением уравнения.



Ответ: 5.

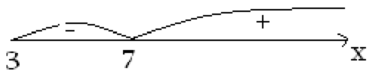
Задание 2. Повторяем метод интервалов и рассматриваем алгебраический и графический способ решения иррационального неравенства.

Алгебраический способ.

Решим методом интервалов неравенство $\sqrt{x-3}-2>0$

Уравнение $\sqrt{x-3}-2=0$ имеет корень $x-3=4$, $x=7$.

Т. к. $x-3\geq 0$, как подкоренное выражение, то $x\geq 3$.



Решением нашего неравенства является интервал $(7;+\infty)$.

Ответ: $x\in(7;+\infty)$.

Графический способ.

Рассмотрим два графика $y=\sqrt{x-3}$ и $y=2$.

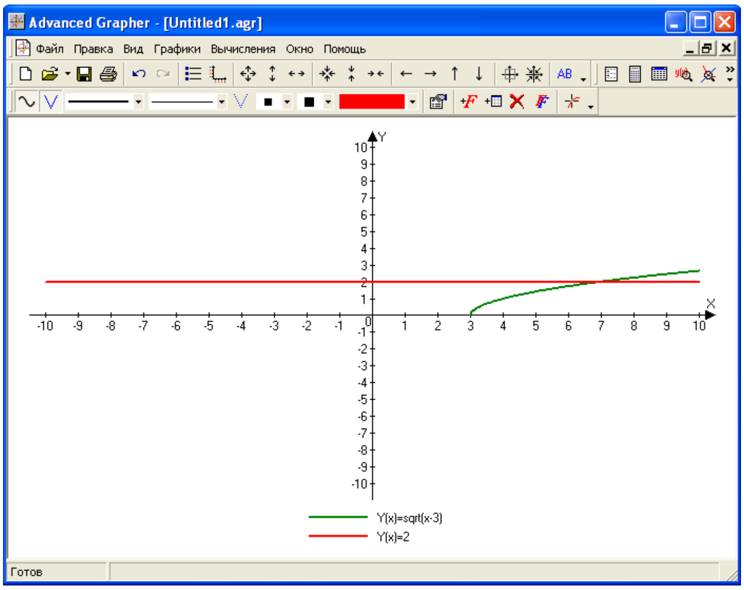


График функции $y=\sqrt{x-3}$ выше графика функции $y=2$, при $x\in(7;+\infty)$.

Ответ: $x\in(7;+\infty)$.

Исследование и построение графика функции с помощью производной

Особое место в алгебре и началах анализа занимает тема «Исследование и построение графика функции с помощью производной». Графическая программа Advanced Grapher делает изучение этой сложной темы понятным и интересным.

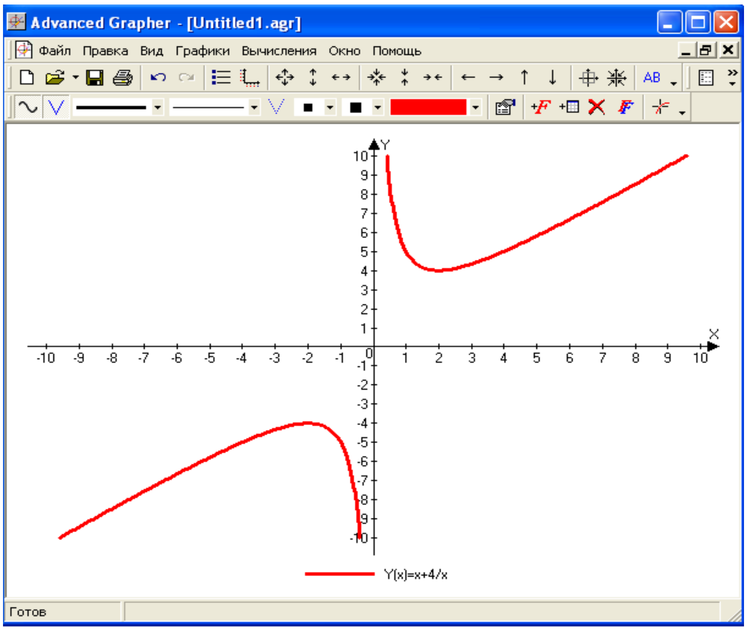
Задача: Исследовать функцию $y=x+\frac{4}{x}$ и построить её график.

Решение.

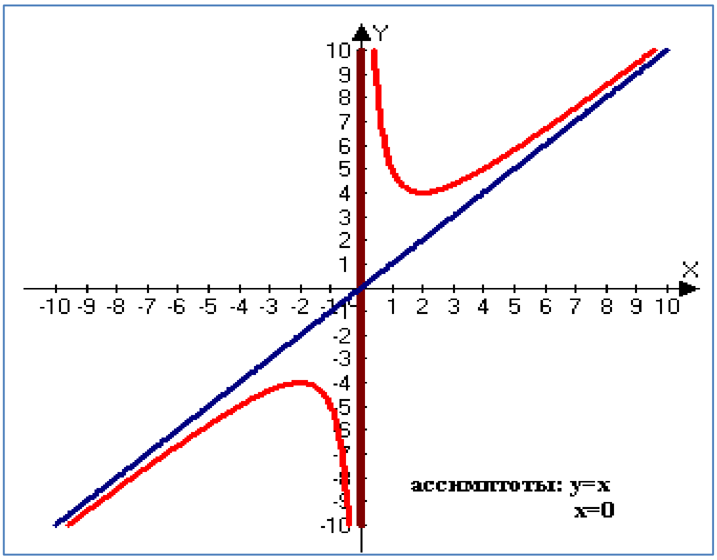
При решении задач такого типа используется универсальная схема исследования функции:

1. Область определения функции *D(f)*.
2. Область значения функции *E(f)*.
3. Чётность (нечётность) функции.
4. Горизонтальная, вертикальная асимптота.
5. Нули функции.
6. Промежутки знакопостоянства.
7. Стационарные и критические точки.
8. Промежутки монотонности.
9. Экстремумы функции.
10. Наибольшее и наименьшее значения функции.

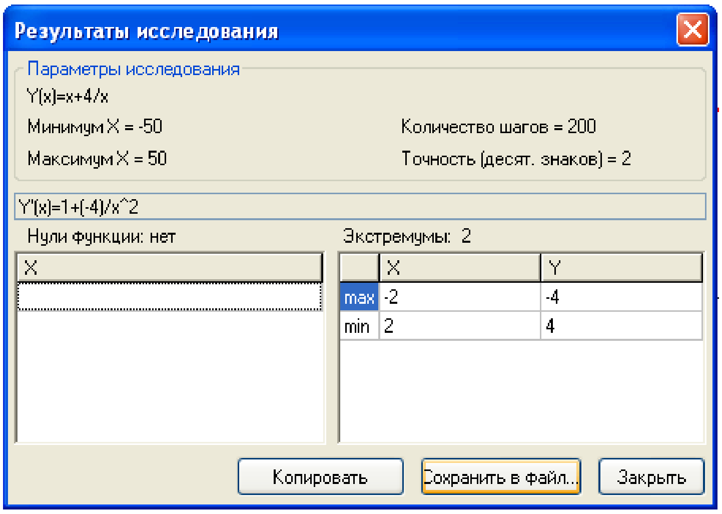
Построим график функции и исследуем его с помощью универсальной схемы.



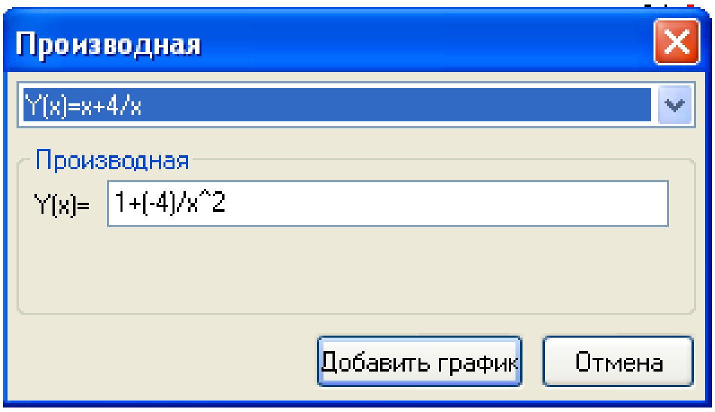
1. $D(x) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$.
2. $E(y) = (-\infty;-4) \cup (4;\infty)$.
3. Функция нечётная, т. к. симметрична относительно начала координат $(f(-x) = -x + \dfrac{4}{-x} = -(x + \dfrac{4}{x}) = f(-x))$.
4. Вертикальная асимптота:



5. Нули функции:



6. Промежутки знакопостоянства: $y > 0$, *при* $x \in (0;\infty)$; $y < 0$, *при* $x \in (-\infty;0)$.
7. Стационарные и критические точки: –2; 0; 2.



8. Промежутки монотонности:

функция возрастает $(-\infty;-2) \cup (2;\infty)$; функция убывает $(-2;0) \cup (0;2)$.

9. Экстремумы функции:

	X	Y
max	-2	-4
min	2	4

10. Наименьшее значение на интервале $x > 0$ функция $y = x + \frac{4}{x}$ принимает в точке $x = 2,\ f(2) = 4$;

наибольшее значение на интервале $x < 0$ функция $y = x + \frac{4}{x}$ принимает в точке $x = -2,\ f(-2) = -4$.

Используемые источники

1. Программы для Windows / Advanced Grapher 2.2 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.softportal.com/software-1244-advanced-grapher.html. – (Дата обращения: 15.10.2020).
2. Программы для Windows / GeoGebra [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.softportal.com/software-37333-geogebra.html. – (Дата обращения: 15.10.2020).
3. Программы для Windows / Microsoft Mathematics 2 [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.softportal.com/software-19530-microsoft-mathematics.html. – (Дата обращения: 15.10.2020).
4. Программы для Windows / Jmath [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.softportal.com/software-5029-jmath.html. – (Дата обращения: 15.10.2020).

Е.А. Редько,
старший преподаватель
кафедры математики и информационных технологий
ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ

Решение задач по информатике: файлы, массивы, сортировка
(на примере решения задачи ЕГЭ)

Задача 26

Согласно спецификации контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по информатике на 2021 год, представленной на сайте Федерального института педагогических измерений [1], задание 26 направлено на проверку умения обрабатывать целочисленную информацию с использованием сортировки.

Решение задачи предполагает построение алгоритмов и практические вычисления. По сложности задание 26 имеет высокий уровень, требует написания (и отладки) программы на 20–30 строк.

Уровни сложности заданий: Б – базовый; П – повышенный; В – высокий.

№	Проверяемые элементы содержания	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Требуется использование специализированного программного обеспечения	Макс. балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания (мин.)
26	Умение обрабатывать целочисленную информацию с использованием сортировки	1.6.3	1.1.3	В	да	2	35

Рисунок 1. Фрагмент спецификации КИМ ЕГЭ по информатике

Перечислим, какие знания по программированию понадобятся при решении этого задания:

– чтение данных из файла и запись их в массив;
– хранение массива данных, его сортировка;
– поиск в отсортированном массиве.

Для работы с файлами в стандартной библиотеке языка C++ существует заголовочный файл fstream, который определяет базовые типы для чтения и записи файлов.

При работе с файлом выделим следующие этапы:

1. Создание объекта класса fstream (в частности, входной поток ifstream).

2. Связывание объекта класса fstream с файлом, который будет использоваться для операций ввода-вывода, либо методом-конструктором (непосредственно при описании файловой переменной), либо функцией open().

3. Осуществление операции ввода из файла (можно с использованием оператора >> для входного потока).

4. Закрытие файла методом (функцией) close().

Для организации данных в массиве можно использовать как встроенные *C*-массивы, так и объект контейнерного класса vector. Во втором случае описание объекта-вектора необходимо выполнять уже после того, как из файла прочитано значение переменной *N*, отвечающей за размерность массива.

Сортировка массива может быть выполнена функцией sort() из библиотеки algorithm.

Таким образом, общий шаблон для программы решения задания 26 может быть таким:

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
	ifstream f_in("26.txt");
	//описание файловой переменной
	//и связывание её с физическим файлом
	int n;
	f_in >> n; //чтение из файла размерности массива - n
	vector<int> a(n); //объявление вектора размера n
	for (int i = 0; i < n; i++)
		f_in >> a[i]; //чтение из файла элементов массива
	sort(a.begin(), a.end()); //сортировка массива
	//поиск решения в отсортированном массиве
	//вывод результата на экран
	f_in.close();
	return 0;
}
```

Рассмотрим далее примеры решений на языке С++. Формулировки заданий взяты из упражнений для тренировки на сайте Полякова К.Ю. [2].

Пример 1 (автор задачи А.М. Кабанов, г. Тольятти).

По итогам проверочной работы учащиеся школ города получили определённое количество баллов, различное у каждого из участников. *K* учеников с самым высоким результатом относят к группе отличников, а *K* следующих за ними – к группе хорошистов. По заданной информации о результатах каждого из учащихся, а также о количестве учащихся в каждой группе определите целую часть среднего балла в группе отличников и группе хорошистов.

Входные и выходные данные

В первой строке входного файла 26–4k.txt находится два числа, записанные через пробел: *N* – общее количество результатов учащихся (натуральное число, не превышающее 10 000), *K* – количество учащихся в каждой из групп. В следующих *N* строках находятся количества баллов конкретных учащихся (все числа натуральные, не превышающие 1000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала целую часть среднего балла у хорошистов, а затем целую часть среднего балла у отличников.

Пример входного файла:

10 2
298
28
293
214
209
54
24
157
247
52

При таких исходных данных ответ должен содержать 2 числа: 230 и 295.

Пояснение: отличники набрали 298 и 293 балла, а хорошисты 247 и 214 баллов. Тогда средний балл хорошистов 230,5, а средний балл отличников 295,5.

Идея решения

В отсортированном массиве последние значения будут хранить сведения о баллах отличников (самые высокие результаты). Тогда можно организовать цикл по индексу элемента массива с последнего $n-1$ элемента до $n-k$ включительно, суммируя значения элементов массива. Всего будут просуммированы $n-1-(n-k)+1=n-1-n+k+1=k$ элементов.

Далее необходимо просуммировать ещё k элементов массива – баллы хорошистов. Индексы в этом случае будут изменяться уже от $n-k-1$ до $n-2*$

k включительно. Проверим: $n - k - 1 - (n - 2 * k) + 1 = n - k - 1 - n + 2 * k + 1 = k$ – значений в массиве просуммированы.

Для получения целой части среднего балла как хорошистов, так и отличников, остаётся выполнить целочисленное деление полученных сумм на k и вывести результаты на экран.

Листинг программы *(решения)*

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
    ifstream f_in("26-4k.txt");
    int n, k;
    f_in >> n >> k;
    vector<int> a(n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
        f_in >> a[i];
    sort(a.begin(), a.end());
    int s5 = 0, s4 = 0;
    for (int i = n - 1; i >= n - k; i--)
        s5 += a[i];
    for (int i = n - k - 1; i >= n - 2 * k; i--)
        s4 += a[i];
    cout << s4 / k << " " << s5 / k;
    f_in.close();
    return 0;
}
```

Рисунок 2. Скриншот консольного окна с результатом работы программы для указанных в условии примера 1 входных данных

Пример 2 (автор задачи А.М. Кабанов, г. Тольятти).

В магазине электроники раз в месяц проводится распродажа. Из всех товаров выбирают K товаров с самой большой ценой и делают на них скидку 20 %. По заданной информации о цене каждого из товаров и количестве товаров, на которые будет скидка, определите цену самого дорогого товара, не участвующего в распродаже, а также сумму всех скидок (учитывая, что 20 % от каждой цены является целым числом[1]).

Входные и выходные данные

В первой строке входного файла 26-1k.txt находятся два числа, записанные через пробел: N – общее количество цен (натуральное число, не превышающее 10 000) и K – количество товаров со скидкой. В следующих N строках находятся значения цены каждого из товаров (все числа натуральные, не превышающие 10 000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала цену самого дорогого товара, не участвующего в распродаже, а затем целую часть от суммы всех скидок.

***Пример входного файла*:**

10 3
1800
3600
3700
800
2600
2500
1800
1500
1900
1200

При таких исходных данных ответ должен содержать два числа: 2500 и 1980.

Пояснение: скидка будет на товары стоимостью 3700, 3600, 2600. Тогда самый дорогой товар без скидки стоит 2500, а сумма скидок 740+720+520 = 1980.

Идея решения

В отсортированном массиве последние k значений будут хранить цены самых дорогих товаров. Именно для них необходимо просуммировать значения 20 % скидки. Учитывая целочисленность значения скидки (по условию задачи), будем определять её как результат целочисленного деления на 5 значения исходной цены.

---

[1] В этой части задания изменена авторская формулировка

Сведения о самом дорогом товаре, не участвующем в распродаже, хранятся в отсортированном массиве на $n - k - 1$ позиции. Этот элемент массива выводится на экран.

Листинг программы *(решения)*

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
	ifstream f_in("26-1k.txt");
	int n, k;
	f_in >> n >> k;
	vector<int> a(n);
	for (int i = 0; i < n; i++)
		f_in >> a[i];
	sort(a.begin(), a.end());
	int s_20 = 0;
	for (int i = n - 1; i >= n - k; i--)
		s_20 += a[i] / 5;
	cout << a[n - k - 1] << " " << s_20;
	f_in.close();
	return 0;
}
```

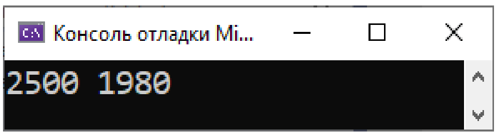


Рисунок 3. Скриншот консольного окна с результатом работы программы для указанных в условии примера 2 входных данных

Пример 3 (автор условия Е. Джобс).

Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов.

Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя. Системный администратор старается сохранить файлы, как можно большего размера. При этом используя выделенную память максимально эффективно — сохраняя файлы меньшего размера, если файлы большего не могут быть сохранены.

Входные данные

В первой строке входного файла 26-J2.txt находятся два числа: S – размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 10 000) и N – количество пользователей (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих N строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала число сохранённых файлов, затем размер наименьшего сохранённого файла.

Пример входного файла:

100 4
70
10
25
3

При таких исходных данных можно сохранить три файла: 70, 25, 3. Поэтому ответ должен содержать два числа: 3 и 3.

Идея решения

По условию задачи системный администратор старается сохранить файлы большего объёма, а значит, в отсортированном массиве такие значения надо рассматривать с конца массива. Если добавление очередного значения к накапливаемой сумме превосходит объём диска для архивирования, то это значение следует пропустить и рассмотреть следующий по убыванию размера файл. Если же объём диска ещё позволяет записать на него файл рассматриваемого размера, то необходимо увеличить накапливаемую сумму и количество сохранённых файлов, а также записать текущий размер файла как минимальный.

Листинг программы *(решения)*

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
	ifstream f_in("26-J2.txt");
	int n, s;
```

```
	f_in >> s >> n;
	vector<int> a(n);
	for (int i = 0; i < n; i++)
		f_in >> a[i];
	sort(a.begin(), a.end());
	int k = 0, s_save = 0, min_size;
	for (int i = n - 1; i >= 0; i--)
		if (s_save + a[i] <= s)
		{
			k++;
			s_save += a[i];
			min_size = a[i];
		}
	if (k)
		cout << k << " " << min_size;
	f_in.close();
	return 0;
}
```

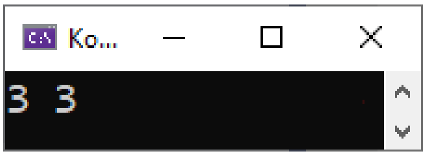


Рисунок 4. Скриншот консольного окна с результатом работы программы для указанных в условии примера 3 входных данных.

Используемые источники

1. Федеральный институт педагогических измерений // Официальный сайт [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: https://fipi.ru. – (Дата обращения: 25.10.2020).

2. Методические материалы и программное обеспечение для школьников и учителей // Официальный сайт К.Ю. Полякова [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: http://kpolyakov.spb.ru. – (Дата обращения: 25.10.2020).

3. Общая информация о языке программирования C ++, включая нетехническую документацию и описания [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: http://cplusplus.com. – (Дата обращения: 25.10.2020).

ФИЗИКА

Л.В. Горбанева,
старший преподаватель кафедры физики
ФГБОУ ВО ПИ ТОГУ

Использование алгоритма решения задач на расчёт количества теплоты и составление уравнения теплового баланса

Физические задачи на расчёт количества теплоты и составление уравнения теплового баланса раскрывают содержание закона сохранения энергии, являющегося одним из фундаментальных законов природы. Для успешного решения таких задач одним из условий является усвоение теоретических знаний.

Теплопередача *(теплообмен) — это процесс обмена энергией между системой и окружающими её телами*; при этом нет изменения внешних параметров состояния системы (P, V, T).

Теплопередача осуществляется либо путём непосредственного взаимодействия частиц системы с частицами среды при их случайных столкновениях (теплопроводность, конвекция), либо путём обмена электромагнитным излучением (радиация или лучеиспускание)

Конвекция *— явление, состоящее в теплопередаче путём движения теплоносителей, т. е. жидкостей или газов.* Нагретый теплоноситель может перемещаться или быть перемещаем в более холодную зону, где он отдаст своё тепло для нагрева этой зоны. Нагретая вода со дна чайника, стоящего на плите, поднимается вверх и смешивается там с более холодной водой, распространяя тепло и нагревая всю массу намного быстрее, чем это происходило бы только за счёт теплопроводности.

Жилой дом, оборудованный калорифером, обогревается таким же способом. Воздух нагревается газовой горелкой и подаётся в жилые помещения. Поскольку предметы в доме холоднее, чем горячий воздух, поступающий от горелки, тепло от воздуха передаётся помещению.

Нагретые теплоносители могут перемещаться путём естественной конвекции. При нагреве теплоноситель расширяется, распространяется в окружающей его более холодной среде и поднимается вверх. Более холодный теплоноситель занимает его место и в свою очередь нагревается. В то же время нагретый теплоноситель перемещается затем в место, где тепло поглощается, охлаждая теплоноситель. Охлаждённый таким образом теплоноситель, становясь тяжелее, стремится опуститься вниз, и цикл повторяется.

Следует отметить, что конвекция и теплопроводность как физические явления проявляются одновременно. Тепло от нагретой поверхности передаётся теплоносителю в результате теплопроводности до того, как это тепло будет унесено потоком; тепло от нагретого теплоносителя также передаётся холодной поверхности теплопроводностью. Чем больше разность температур между тёплой и холодной поверхностями, тем больше тепловой поток между ними. Удельная теплоёмкость теплоносителя, его коэффициент теплопроводности и сопротивление потоку теплоносителя являются другими факторами, влияющими на конвективный теплообмен.

Радиация *представляет собой перенос тепла через пространство при помощи электромагнитных волн.* Большинство предметов, стоящих на пути видимого света, также препятствуют распространению тепловой энергии в виде излучения. Как мы знаем, Земля получает тепло от Солнца путём радиации. Мы также участвуем в радиационном теплообмене, когда стоим перед камином или горячей плитой. Радиация тепла осуществляется главным образом за счёт невидимого длинноволнового излучения. Мы чувствуем излучение тепла горячей плитой, даже тогда, когда она недостаточно горяча. Тепло постоянно переносится излучением от более тёплых предметов к более холодным пропорционально разности их температур и расстоянию между ними. Тот же эффект, хотя и менее явный и труднее воспринимаемый, получается тогда, когда мы, сидя у окна зимней ночью, ощущаем холод: как источник тепла наше тело излучает его в холодную ночную атмосферу и в течение этого процесса охлаждается. Из трёх основных способов теплообмена радиация труднее всего поддаётся количественному определению.

Пример теплопроводности — нагревание ручки сковороды. Когда сковорода в течение некоторого времени стоит на огне, её ручка становится горячей. Это происходит потому, что тепло передаётся через металл от горелки к ручке. Тепло поступает к ручке, потому что она намного холоднее горелки. Скорость потока тепла к ручке чугунной сковороды значительно ниже, чем к медной, так как чугун имеет меньший коэффициент теплопроводности (обладает большим сопротивлением тепловому потоку) и более высокую удельную теплоёмкость, чем медь. Это значит, что для нагрева меди потребуется меньшее количество теплоты и меньшее время.

Изложенные принципы являются основополагающими для расчёта теплообмена за счёт теплопроводности.

Энергия, полученная или отданная системой в процессе теплопередачи, называется количеством тепла. Количество тепла Q измеряется в Джоулях (Дж) и является величиной скалярной. $Q > 0$ (положительная величина), если система получает тепло; Q < 0 (отрицательная величина), если система отдаёт тепло. Единица количества теплоты определяется как количество теплоты, подвод (или отвод) которого вызывает нагревание (или охлаждение) 1 кг воды при атмосферном давлении на 1 К. В качестве базисного материала используется вода в силу своей общедоступности.

Нагревание и охлаждение веществ

Нагревание *— процесс, при котором при подводе количества тепла Q температура вещества (твёрдого тела, жидкости или газа) линейно повышается* (рис. 1). Количество тепла, необходимое для нагревания вещества массой m, определяется по формуле:

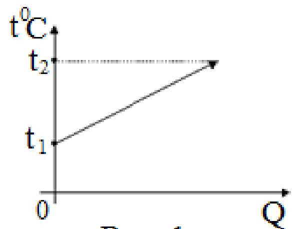


Рис. 1

$$Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1),$$

где t_1 и t_2 — начальная и конечная температуры нагрева;

c — удельная теплоёмкость вещества.

Охлаждение *— процесс, при котором при отводе количества тепла Q температура вещества линейно понижается* (рис. 2).

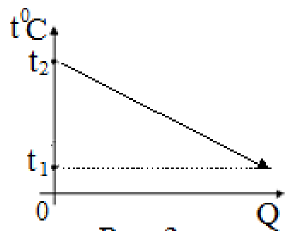


Рис. 2

В обоих случаях температура тела либо повышается, либо понижается на $\Delta t = (t_2 - t_1)$ градусов.

Не все материалы поглощают одинаковое количество тепла при определённом повышении температуры. Если для нагрева 100 кг воды на 1°С потребуется 418,3 кДж, то для нагрева того же количества алюминия — лишь 94,1 кДж. ***Удельная теплоёмкость*** *представляет собой отношение количества теплоты, необходимого для повышения температуры определённой массы данного материала на определённое число градусов, к количеству теплоты, необходимому для повышения температуры той же массы воды на то же число градусов.* Это отношение одинаково для любой системы единиц измерения. Значения *c* для различия веществ берут из табл. 1 или справочника по физике.

Плавление и кристаллизация. Удельная теплота плавления

Плавление *— процесс превращения твёрдого тела в жидкость.* Этот процесс для разных веществ происходит при определённой температуре плавления (см. табл. 1). Пока твёрдое тело не расплавится температура плавления $t_{пл}$ остаётся постоянной (рис. 3).

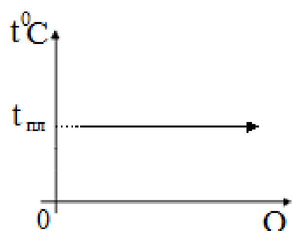


Рис. 3

Обратный процесс, при котором жидкость переходит в твёрдую фазу, называется ***кристаллизацией***. Количество тепла Q, которое нужно для плавления вещества массой m, можно рассчитать:

$$Q = \lambda \cdot m,$$

где λ — удельная теплота плавления.

Удельная теплота плавления равна количеству тепла, необходимому для расплавления единицы массы вещества. Значения удельной теплоёмкости для некоторых веществ даны в табл. 1.

Таблица 1

Вещество	Удельная теплоёмкость С, кДж/кгК	Удельная теплота плавления λ, кДж/кг	Температура плавления $t_{пл}$, С
Вода	4,19		
Лёд	2,10	335	0
Алюминий	0,88	380	659
Свинец	0,13	23	327
Сталь	0,50	84	1500
Медь	0,38	176	1100
Железо	0,46	272	1530

Парообразование и конденсация. Удельная теплота парообразования

Парообразование (кипение) *— процесс превращения жидкости в пар.* Этот процесс для разных жидкостей происходит при конкретной температуре кипения (см. табл. 2). Пока жидкость кипит, температура кипения $t_{кип}$ остаётся неизменной (рис. 4).

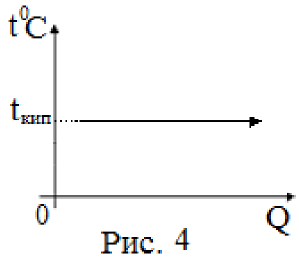


Рис. 4

Обратный процесс, при котором пар переходит в жидкость, называют ***конденсацией***.

Количество тепла, необходимое для превращения жидкости массой m в пар:

$$Q = r \cdot m,$$

где r — удельная теплота парообразования.

Удельная теплота парообразования равна количеству тепла, которое нужно для превращения единицы массы жидкости в пар. Значения удельной теплоты парообразования некоторых жидкостей приведены в табл. 2.

Процессы, происходящие с веществом при подведении к нему тепла, удобно анализировать с помощью кривой нагрева (рис. 5), зависимости температуры вещества от количества подводимой энергии t = t (Q).

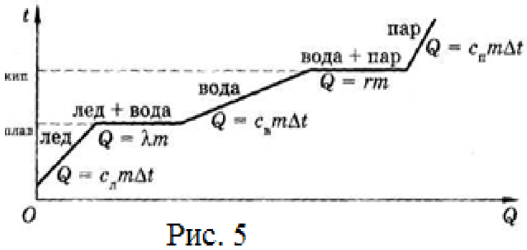


Рис. 5

Горение топлива. Удельная теплота сгорания

Количество тепла, выделяющееся при сгорании топлива массой m, рассчитывается по формуле:

$$Q = q \cdot m,$$

где q — удельная теплота сгорания топлива. Удельная теплота сгорания топлива q численно равна количеству тепла, выделенному при сгорании единицы массы топлива. Значения q для некоторых видов топлива представлены в табл. 2.

Таблица 2

Вещество	Температура кипения tкип, °С	Удельная теплота парообразования r, МДж/кг	Удельная теплота сгорания топлива q, МДж/кг
Вода	100	2,26	
Спирт	78	0,86	29
Ртуть	357	0,29	
Керосин		0,21	46
Бензин			46
Каменный уголь			29
Дерево			10

Коэффициент полезного действия (КПД) нагревательных приборов

КПД нагревательных приборов определяется выражением:

$$\eta = \frac{Q_{\text{полезное}}}{Q_{\text{затрач}}},$$

где $Q_{\text{полезное}}$ — полезное тепло, идущее на нагревание тел, их плавление и парообразование;

$Q_{\text{затрач}}$ — тепло, выделяющееся при сгорании топлива. Если нагревательный прибор включается в электрическую сеть, то под $Q_{\text{затрач}}$ понимают работу электрического тока.

Уравнение теплового баланса

Если между двумя или несколькими телами, входящими в изолированную систему, происходит теплообмен, то количество тепла, отданного всеми остывающими телами, равно количеству тепла, полученного всеми нагревающимися телами, или

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

Это положение называют ***уравнением теплового баланса***.

Задачи на уравнение теплового баланса нередко вызывают трудности у учащихся. Для преодоления трудностей можно воспользоваться некоторыми методами.

Один из них — **использование алгоритма**:

1. Прочитав условие задачи, установите, какие тела получают некоторое количество теплоты, а какие отдают.

2. Каждому телу, участвующему в теплообмене отведите своё место (столбик).

3. Запишите уравнение теплового баланса в общем виде, учитывая, что если фазовые переходы отсутствуют, то число слагаемых равно числу «столбиков». При наличии фазовых переходов к этому числу прибавьте количество этих переходов.

4. Следует учесть правило знаков для количества теплоты: «минус» — при кристаллизации и конденсации, во всех остальных случаях — знак «плюс». В процессах, не сопровождающихся фазовыми переходами знак «минус» появляется автоматически (при охлаждении приходится из более низкой температуры вычитать более высокую).

5. В более сложных задачах (при наличии фазовых переходов) рекомендуется строить график зависимости температуры от времени протекания процесса.

Рассмотрим решение задачи с использованием алгоритма.

Стальной брусок объёмом 1200 см^3, взятый при температуре 0 °С, погрузили в сосуд, содержащий 20 кг воды, температура которой 90 °С. На сколько градусов охладится вода к моменту установления теплового равновесия в сосуде?

Запишем условие задачи и её решение согласно алгоритму. Количество теплоты получает стальной брусок, а отдаёт — вода.

Дано:

ст. брусок: $V_1 = 1200$ см^3

$c_1 = 500$ Дж / (кг·°С)

$t_1 = 0$ °С

вода: $m_2 = 20$ кг

$c_2 = 4200$ Дж / (кг·°С)

$t_2 = 90$ °С

Найти: Δt – ?

Составим уравнение теплового баланса, подчеркнём в нём неизвестное, проведём математические преобразования и определим искомое:

$$c_1 m_1 (t - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t)$$

Сопоставив с условием задачи, получим:

$$c_1 \rho_1 V_1 (t - 0) = c_2 m_2 (90 - t).$$

Подставляя данные условия задачи, получим:

$$t = 85{,}3 \text{ °С, тогда } \Delta t = 4{,}7 \text{ °С.}$$

Эту же задачу можно решить, используя модель температурной шкалы.

В задаче изменение теплообмена между водой и стальным бруском происходит за счёт получения одним телом энергии, отдаваемой другим телом, и это приводит к смещению положения тел, участвующих в теплообмене, по шкале температур.

Стальной брусок имел температуру 0 °С, а вода до соприкосновения с бруском находилась при температуре 90 °С.

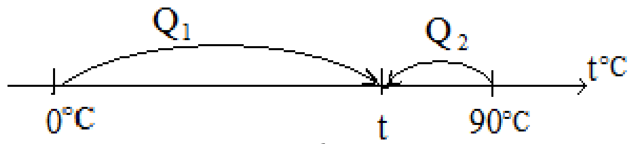


Рис. 6

Очевидно, что температура теплового равновесия t будет находиться между этими температурными точками. На температурной шкале (рис. 6) отмечаем значение $t_1 = 0$ °С и $t_2 = 90$ °С. Значение t ставим в произвольном порядке. Стрелочками обозначаем «перемещение» по температурной шкале стального бруска и воды при их теплообмене. Стальной брусок нагревается за счёт получения количества теплоты Q_1, а вода, охлаждаясь, отдаёт количество теплоты Q_2. Сопоставив рисунок с законом сохранения энергии, получим $Q_1 = Q_2$. Ориентируясь по рисунку запишем уравнение теплового баланса:

$$c_1 m_1 (t - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t).$$

Далее решение совпадает.

Рассмотрим решение более сложной задачи.

В калориметре при температуре –20 °С находится 2 кг льда. В калориметр напускают 1 кг водяного пара при температуре 100 °С. Определите конечную температуру в калориметре после установления теплового равновесия. Потерями тепла можно пренебречь.

В теплообмене участвуют лёд и водяной пар. Рисуем температурную шкалу (рис.7) и отмечаем на ней исходные состояния льда и пара, то есть

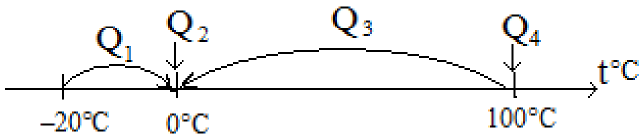


Рис. 7

температуру льда –20 °С и пара 100 °С. Дополнительно ставим на температурной шкале 0 °С (при этой температуре лёд будет плавиться).

На рисунке обозначены:

Q_1 — количество теплоты, необходимое для нагревания льда до 0 °С;

Q_2 — количество теплоты, необходимое для плавления льда при 0 °С;

Q_3 — количество теплоты, выделяющееся при охлаждении до 0 °С воды, полученной из пара при 100 °С;

Q_4 — количество теплоты, выделяющееся при конденсации всего пара.

Место конечной температуры калориметра $t_к$ на этой шкале неизвестно, но можно сделать предположение, что эта температура не может быть меньше исходной температуры льда и больше температуры пара.

Для определения области шкалы, где будет располагаться $t_к$, необходимо предварительно выполнить численные расчёты возможного количества выделившейся или поглощённой теплоты при объединении пара и льда.

Рассчитаем Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4.

$Q_1 = c_л \cdot m_л \cdot (0\ °C - t_л) = 2100 \cdot 2 \cdot 20 = 8{,}4 \cdot 10^4$ (Дж)

$Q_2 = \lambda_л \cdot m_л = 2 \cdot 3{,}3 \cdot 10^5 = 66 \cdot 10^4$ (Дж)

$Q_3 = c_в \cdot m_п \cdot (100\ °C - 0\ °C) = 4200 \cdot 1 \cdot 100 = 42 \cdot 10^4$ (Дж)

$Q_4 = r_п \cdot m_п = 1 \cdot 2{,}3 \cdot 10^6 = 230 \cdot 10^4$ (Дж)

Так как $Q_1 + Q_2 < Q_3 + Q_4$, то можно заключить, что после установления теплового равновесия лёд в калориметре растает полностью, а конечная температура калориметра $t_к$ может находиться между 0 °С и 100 °С.

Изобразим наши предположения на температурной шкале (рис. 8). По этой шкале можно составить уравнение теплового баланса:

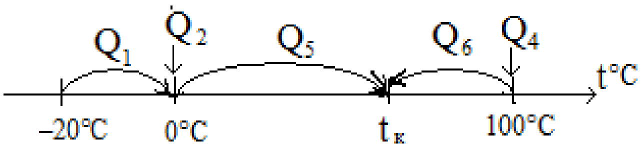


Рис. 8

$$Q_1 + Q_2 + Q_5 = Q_6 + Q_4,$$

где Q_1, Q_2 и Q_4 уже определены.

Найдём значение Q_5 и Q_6.

$Q_5 = c_в \cdot m_л \cdot (t_к - 0\ °C)$

$Q_6 = c_в \cdot m_п \cdot (100\ °C - t_к)$.

Решение полученного уравнения приводит к неожиданному результату $t_к = 157$ °С. Это означает, что мы неверно выбрали точку на температурной шкале. Не весь пар после его запускания в калориметр конденсируется, и в калориметре будут находиться вода и пар.

Используемые источники

1. Самарин Г.Г. Решение задач на теплообмен с использованием уравнения теплового баланса (методические рекомендации) [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://urok.1sept.ru/articles/103594 – (Дата обращения: 18.10.2020).
2. Фоксфорд. Учебник [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://foxford.ru/wiki/fizika – (Дата обращения: 18.10.2020).

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Краевое государственное
автономное образовательное учреждение
дополнительного образования
«Центр развития творчества детей (Региональный модельный центр
дополнительного образования детей Хабаровского края»

680000, г. Хабаровск, ул. Комсомольская, 87
тел. / факс: (4212) 30-57-13
Инстаграм: @dop.obrazovanie27
e-mail: yung_khb@mail.ru
http://www.kcdod.khb.ru

Тираж: 25 экз.