

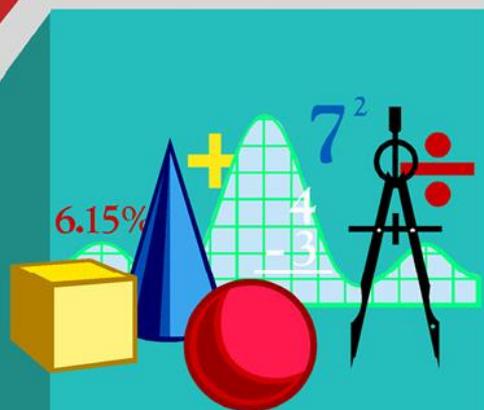
Министерство образования и науки Хабаровского края

Краевое государственное автономное образовательное учреждение дополнительного образования
«Центр развития творчества детей
(Региональный модельный центр дополнительного образования детей Хабаровского края)»

Центр технического творчества

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

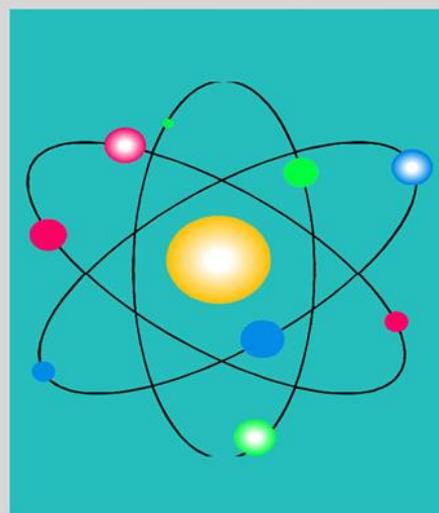
Математика



Информатика



Физика



в образовательных организациях
Хабаровского края

МИФ

№ 3 (11) 2019 г.

Хабаровск
2019

Печатается по решению
научно-методического совета
КГАОУ ДО РМЦ,
протокол № 1 от 26.03.2019 г.

МИФ: математика, информатика, физика в образовательных организациях Хабаровского края.
Методические рекомендации /Сост. И.В. Воеводина. – Хабаровск: КГАОУ ДО РМЦ, 2019. – 34 с.

В методических рекомендациях представлены статьи по математике, информатике и физике.
Данный материал будет полезен педагогам дополнительного образования для работы с детьми
с целью повышения интереса к физико-математическому образованию, учителям образователь-
ных организаций.

Ответственный редактор: В.В. Шевченко
Ответственный за выпуск: М.Н. Никитенко
Компьютерная верстка: В.Д. Шабалдина

Научные консультанты:

по математике: Жулидова Ю.В., старший преподаватель кафедры математики
и информационных технологий ФГБОУ ВО ТОГУ, г. Хабаровск;

по физике: Горбанева Л.В., старший преподаватель кафедры физики ФГБОУ
ВО ТОГУ, г. Хабаровск ;

по информатике: Редько Е.А., старший преподаватель кафедры математики
и информационных технологий ФГБОУ ВО ТОГУ, г. Хабаровск.

© КГАОУ ДО РМЦ, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение <i>И.В. Воеводина</i>	4
МАТЕМАТИКА <i>А.Е. Полчка, И.В. Воеводина</i>	
Преобразование тригонометрических выражений	6
ИНФОРМАТИКА <i>В.В. Пивкин</i>	
Знакомьтесь — Arduino	11
ФИЗИКА <i>И.Н. Егоришин</i>	
Геометрическая оптика	24
Библиографический список	34

ВВЕДЕНИЕ

Математические науки, естественные науки и гуманитарные науки могут быть названы, соответственно, науками сверхъестественными, естественными и неестественными.

Лев Давидович Ландау

Под «дополнительным» понимается мотивированное образование за рамками основного образования, позволяющее человеку приобрести устойчивую потребность в познании и творчестве, максимально реализовать себя, самоопределившись предметно, социально, профессионально, личностно. Дополнительное образование встроено в структуру любой деятельности, в которую включён ребёнок.

Статья А.Е. Поличка и И.В. Воеводиной «Преобразование тригонометрических выражений» будет интересна как педагогам дополнительного образования, так и школьным учителям, студентам, учащимся. В ней рассматриваются различные варианты решения задач, дан подбор задач по темам из раздела «Тригонометрия».

Как программировать недорогой маленький «компьютер» Arduino? Как собирать свои собственные устройства? Статья В.В. Пивкина поможет ответить на эти вопросы не только взрослому, но и ребёнку.

Основные понятия геометрической оптики необходимы каждому, независимо от избранной специальности. На основных законах геометрической оптики можно построить математическую теорию распространения света. Оптические явления тесно связаны с явлениями, изучаемыми в других разделах физики, а оптические методы исследования относятся к наиболее тонким и точным. Статья Егоршина способствует углублению, систематизации и расширению знаний по теме «Геометрическая оптика».

Данный материал можно использовать на урочных, внеурочных занятиях, а также для самообразования.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

А.Е. Поличка,

профессор кафедры математики ПИ ФГБОУ ВО ТОГУ

И.В. Воеводина,

методист КГАОУ ДО РМЦ

1. Введение

Тригонометрия, как и всякая научная дисциплина, возникла из потребностей практической деятельности человека. Так, различные задачи астрономии, мореплавания, землемерия, архитектуры привели к необходимости разработки способов вычислений элементов геометрических фигур по известным размерам других их элементов, найденных путём непосредственных измерений.

Само название «тригонометрия» греческого происхождения, в переводе на русский язык оно означает «измерение треугольников».

Развитие алгебраической символики позволило записывать тригонометрические соотношения в виде формул. Аналитическое (не зависящее от геометрии) построение теории тригонометрических функций, начатое членом Русской академии наук Л. Эйлером (1707–1783 гг.), получило развитие в трудах русского учёного Н.И. Лобачевского (1792–1856 гг.). Эти функции далее легли в основу математического аппарата, при помощи которого изучаются различные периодические процессы: колебательные движения, распространение волн, движение механизмов, колебание переменного электрического тока и др. Как показал Ж. Фурье (1768–1830 гг.), всякое периодическое движение с любой степенью точности можно представить в виде суммы периодических синусоидальных (гармонических) колебаний.

Ввиду богатых свойств тригонометрических функций и большой вариативности преобразований тригонометрических выражений эти выражения являются обширным полем для получения навыков работы с математической символикой, формулами и выражениями. Можно относиться к преобразованиям тригонометрических выражений, как к игре, смысл которой заключается в следующем: имеется набор правил, согласно которым надо делать записи, придать следующий вид, форму или структуру. Можно усложнить эти условия: провести варианты преобразований, ввести параметры оптимизации и выбрать оптимальный метод. А можно рассматривать процесс тригонометрических преобразований, как лингвистическую задачу: переход от «прозы» к специальным «стихам».

Пожелаем читателю успеха в выполнении таких «игровых ходов» и получения восхищения от того, что удалось найти эстетическое выражение!

Ввиду разнообразия подходов, рассмотрим один из принятых способов классификации методов преобразования тригонометрических функций.

2. Формулы сложения и вычитания

2.1. Вычислить: $\sin 105^\circ$.

Решение:

$$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ) = \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1) \approx 0,966 \text{ Ответ:}$$

$$\sin 105^\circ \approx 0,966.$$

2.2. Вычислить: $\operatorname{tg} \frac{13}{12} \pi$.

Решение:

$$\operatorname{tg} \frac{13}{12} \pi = \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{1 - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{2} = 2 - \sqrt{3} \approx 0,268$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{tg} \frac{13}{12} \pi \approx 0,268.$$

3. Формулы для двойного и половинного аргумента. Выражение $\sin(n\alpha)$ и $\cos(n\alpha)$ через степени $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$

3.1. Упростить выражение:

$$A = 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) \quad (3.1)$$

Решение.

Первый способ.

Из тождества $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, следует, что $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$,

откуда

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \quad (3.2)$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1 \quad (3.3)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha &= 1 - 3\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha \cos^4 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \\ &= 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (3.4)$$

Подставив (3.2) и (3.4) в (3.1), будем иметь

$$A = 2(1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) - 3(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = 2 - 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 3 + 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -1$$

Второй способ.

Используя (3.3), получим, что

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha \cos^4 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha \quad (3.5)$$

Подставив (3.2) и (3.5) в (3.1), будем иметь

$$A = 2 - \frac{3}{2} \sin^2 2\alpha - 3 + \frac{3}{2} \sin^2 2\alpha = -1.$$

Ответ: $A = -1$.

Первый способ может быть предпочтительней в данном примере, так как использует только формулы «тригонометрической» единицы.

3.2. Доказать, что $ctg \alpha - tg \alpha - 2tg 2\alpha - 4tg 4\alpha = 8ctg 8\alpha$. (3.6)

Решение.

Имеем

$$ctg \alpha - tg \alpha = \frac{1 - tg^2 \alpha}{tg \alpha} = \frac{2}{tg 2\alpha}.$$

Преобразуя левую часть (3.6) тем же способом и далее, получим последовательно

$$\frac{2}{tg 2\alpha} - 2tg 2\alpha - 4tg 4\alpha = \frac{4}{tg 4\alpha} - 4tg 4\alpha = \frac{8}{tg 8\alpha} = 8ctg 8\alpha.$$

Тождество доказано.

3.3. Упростить:

$$A = \frac{1}{3} \cos^3 \alpha \sin^3 \alpha + \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cos 3\alpha.$$

Решение.

Применив формулы

$$\sin 3\alpha = 3\cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha, \quad (3.7)$$

$$\cos 3\alpha = \cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \sin^2 \alpha, \quad (3.8)$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cos^3 \alpha \sin 3\alpha + \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cos 3\alpha &= \frac{1}{3} \cos^3 \alpha (3\cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha) + \frac{1}{3} \sin^3 \alpha (\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \sin^2 \alpha) = \\ &= \cos^5 \alpha \sin \alpha - \cos \alpha \sin^5 \alpha = \sin \alpha \cos \alpha (\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha) = \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha. \end{aligned}$$

Ответ: $A = \frac{1}{4} \sin 4\alpha$.

3.4. Дано $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, где $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$. Вычислить $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ и $tg \frac{\alpha}{2}$.

Решение.

Имеем сначала

$$\cos \alpha = +\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Так как

$$\frac{3}{4}\pi < \frac{\alpha}{2} < \pi, \text{ то } \sin \frac{\alpha}{2} > 0, \quad \cos \frac{\alpha}{2} < 0, \quad tg \frac{\alpha}{2} < 0.$$

Тогда

$$\sin \frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}} = -\sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Для нахождения $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ можно воспользоваться различными формулами, например:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}$

3.5. Вычислить: $C = \frac{2+3\cos \alpha}{4-5\sin \alpha}$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{2}{3}$.

Решение.

На основании формулы

$$\sin \alpha = \frac{2\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \quad \sin \alpha = \frac{2\left(-\frac{2}{3}\right)}{1+\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{12}{13}.$$

Тогда по формуле

$$\cos \alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \quad \cos \alpha = \frac{1-\frac{4}{9}}{1+\frac{4}{9}} = \frac{15}{13}.$$

Далее $\frac{2+3\cos \alpha}{4-5\sin \alpha} = \frac{2+\frac{15}{13}}{4+\frac{60}{13}} = \frac{41}{112}.$

Ответ: $C = \frac{41}{112}.$

4. Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в полусумму и полуразность

4.1. Вычислить $D = \sin 37^{\circ}30' \cos 7^{\circ}30'.$

Решение.

$$D = \frac{\sin 45^{\circ} + \sin 30^{\circ}}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{4} \approx 0,60.$$

Ответ: $D \approx 0,60.$

4.2 Упростить:

$$A = \frac{1}{3}\cos^3 \alpha \sin 3\alpha + \frac{1}{3}\sin^3 \alpha \cos \alpha.$$

Решение.

Рассмотрим второй способ упрощения этого выражения (первый способ рассмотрен в 3.3.).

Заметим, что

$$\cos \alpha \sin 3\alpha = \frac{\sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{2} \text{ и } \sin \alpha \cos 3\alpha = \frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} \cos^2 \alpha \frac{\sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \alpha \frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{2} = \\ &= \frac{1}{6} \sin 4\alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + \frac{1}{6} \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \\ &= \frac{1}{6} \sin 4\alpha + \frac{1}{6} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{6} \sin 4\alpha + \frac{1}{12} \sin 4\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha. \end{aligned}$$

Ответ: $A = \frac{1}{4} \sin 4\alpha$.

5. Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение

5.1. Привести к виду, удобному для логарифмирования:

$$A = \cos 11\alpha + 3\cos 9\alpha + 3\cos 7\alpha + \cos 5\alpha.$$

Решение.

Воспользовавшись формулой

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

получим, что

$$A = 2 \cos 8\alpha \cos 3\alpha + 6 \cos 8\alpha \cos \alpha = 2 \cos 8\alpha (\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha).$$

Согласно формуле

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha.$$

Откуда

$$\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha = 4 \cos^3 \alpha.$$

Тогда

$$A = \cos 8\alpha \cos^3 \alpha.$$

Ответ: $A = \cos 8\alpha \cos^3 \alpha$.

5.2. Проверить, что

$$B = \operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ = 4.$$

Решение.

По формулам приведения

$$\operatorname{tg} 81^\circ = \operatorname{ctg} 9^\circ; \quad \operatorname{tg} 63^\circ = \operatorname{ctg} 27^\circ$$

и формуле

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

получим, что

$$B = \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{ctg} 9^\circ - (\operatorname{tg} 27^\circ + \operatorname{ctg} 27^\circ) = \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ} = \\ = \frac{1(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \sin 18^\circ \cos 36^\circ}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \cos 36^\circ}{\sin 54^\circ}$$

Так как $\cos 36^\circ = \sin 54^\circ$, то приходим к равенству $4=4$.

Ответ: $B=4$.

Задания для самостоятельного решения

1. Вычислить:

$$\cos 105^\circ; \quad \sin \frac{13}{12}\pi; \quad \operatorname{tg} 15^\circ; \quad \operatorname{ctg} \frac{5}{12}\pi.$$

2. Упростить:

$$A = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{5 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 4}{3} \right)^2}.$$

3. Доказать тождество:

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

4. Дано $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{6}{5}$. Найти $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$.

5. Получить выражение $\operatorname{tg} 3\alpha$ через $\operatorname{tg} \alpha$.

6. Доказать тождество

$$\operatorname{tg} \alpha + 2 \operatorname{tg} 2\alpha + 4 \operatorname{tg} 4\alpha + 8 \operatorname{tg} 8\alpha + 16 \operatorname{ctg} 16\alpha = \operatorname{ctg} \alpha.$$

7. Вычислить: $A = \cos 80^\circ \sin 50^\circ \cos 20^\circ$.

8. Доказать тождество: $4 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{\sin \frac{3}{2}\alpha}{\sin \frac{1}{2}\alpha}$.

9. Привести к виду, удобному для логарифмирования:

$$A = \sin 5\alpha \sin 4\alpha + \sin 4\alpha \sin 3\alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha.$$

10. Проверить равенство:

$$(\sin 20^\circ + \sin 140^\circ)(\cos 50^\circ + \cos 70^\circ) + (\sin 50^\circ + \cos 160^\circ)(\cos 40^\circ - \sin 70^\circ) = 1.$$

Дополнительные задания

1. Упростите:

$$A = \frac{2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \sin(\pi - \alpha)}.$$

2. Упростите:

$$B = \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \dots + \sin(2n-1)\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \dots + \cos(2n-1)\alpha}.$$

3. Доказать тождество:

$$\frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos \beta \cos \gamma} + \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\cos \gamma \cos \alpha} + \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = 0.$$

4. Проверьте равенство:

$$\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{8\sqrt{3} \cos 20^\circ}{3}.$$

ЗНАКОМЬТЕСЬ — ARDUINO!

*В.В. Пивкин,
заместитель начальника управления информатизации
ФГБОУ ВО ТОГУ,
кандидат физико-математических наук*

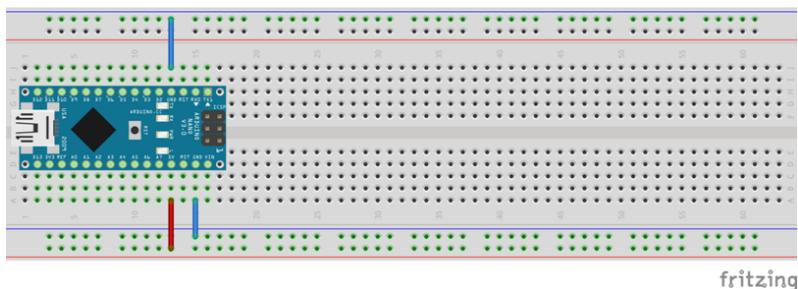
1. Введение

Теория

В данном курсе мы будем изучать основы программирования, программируя недорогой маленький «компьютер» — Arduino.

Наша задача — научиться собирать свои собственные устройства. Многие моменты придётся принимать, как есть, т. к. дать подробные знания из всех областей, которые охватывает программирование микроконтроллеров, очень сложно. Главное — под руководством преподавателя начать создавать, а далее — в Интернете достаточно информации, чтобы разобрать заинтересовавшие вас вопросы.

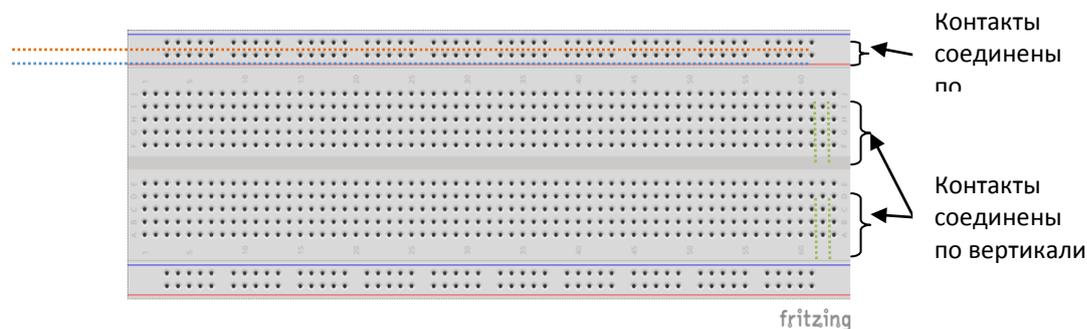
Для выполнения всех задач будет использоваться плата Arduino Nano, закреплённая на макетной плате:



Плата Arduino соединяется с компьютером кабелем mini-USB. Через этот кабель на плату подаётся питание, и программируется микроконтроллер, расположенный на плате.

Внимание! Схемы собирать или модифицировать только при *отключённом USB-кабеле*, т. к. можно легко повредить плату или персональный компьютер. Перед подключением USB-кабеля **обязательно покажите схему преподавателю!**

Структура макетной платы:



Назначение контактов на плате Arduino Nano:



Для создания скетчей (файлов с кодом программ для Arduino) будет использоваться среда разработки, которую можно бесплатно скачать с сайта <https://www.arduino.cc/en/Main/Software>

Задачи

1. Заставить мигать светодиод, расположенный на Arduino и подключённый к контакту 13.

В редакторе необходимо набрать следующий код:

```
void setup() {  
  pinMode(13, OUTPUT);  
}  
  
void loop() {  
  digitalWrite(13, HIGH);  
  delay(1000);  
  digitalWrite(13, LOW);  
  delay(1000);  
}
```

Подключить кабелем плату к компьютеру, загрузить код в Arduino. На плате должен замигать светодиод.

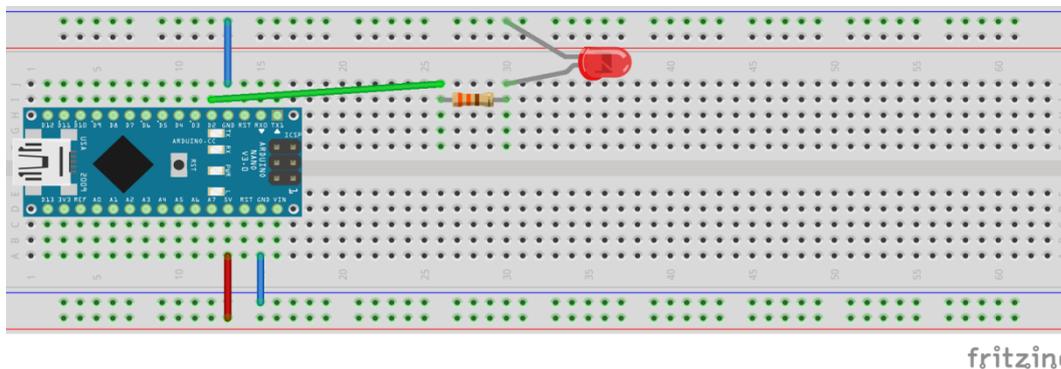
Рассмотрим запущенный код. В среде Arduino код разбит на два блока: **setup** и **loop**. Блок **setup** содержит операции, выполняющиеся однажды (в момент запуска). Блок **loop** — операции, выполняющиеся снова и снова. Ниже приведён этот же код с подробными комментариями:

```
// блок setup() выполняется однократно после нажатия кнопки reset на плате  
// или при подаче питания на плату  
void setup() {  
  pinMode(13, OUTPUT); // Установка контакта D13 в режим вывода  
} // конец блока setup  
  
//блок loop() запускается постоянно  
// здесь размещают постоянно выполняющийся код  
void loop() {  
  digitalWrite(13, HIGH); // зажигаем LED (указываем параметр HIGH – на  
выводе D13 будет 5V)  
  delay(1000); // задерживаемся на 1000 мс = 1 сек  
  digitalWrite(13, LOW); // выключаем LED (указываем параметр LOW – на  
выводе D13 будет 0V)  
  delay(1000); // задерживаемся на 1000 мс = 1 сек  
} // конец блока loop, при его достижении выполнение блока loop будет  
запущено заново.
```

2. Заставить мигать светодиод, установленный на макетную плату.

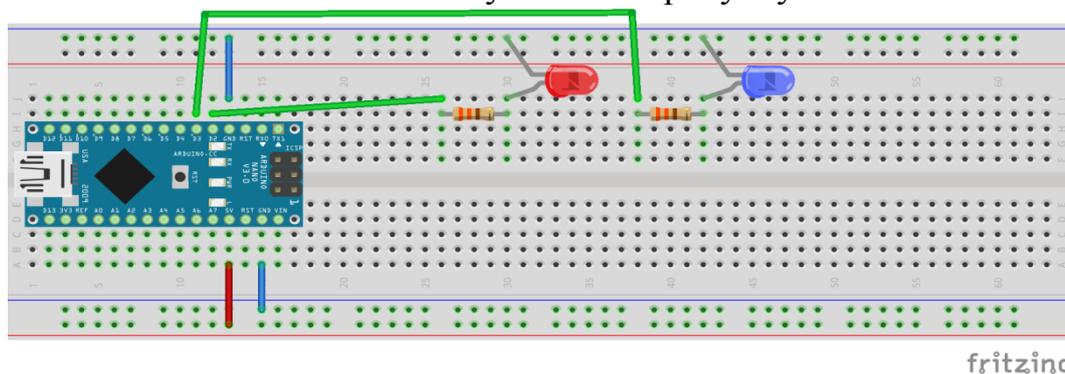
Установите элементы на макетную плату согласно рисунку. Скорректируйте программу из предыдущей задачи, учитывая, что теперь светодиод подключён к контакту с номером 2.

(Выслушайте внимательно комментарии преподавателя по подключению и работе светодиода).



3. Два перемигивающихся диода.

Установите элементы на плату согласно рисунку:



На схеме красный светодиод подключён к контакту 2, синий — к контакту 3. На основании кода, созданного в предыдущей задаче, сделайте так, чтобы, когда гас красный светодиод, зажигался синий и наоборот.

4. Полицейская мигалка.

Самостоятельно подумайте и напишите код, который имитирует моргание спецсигнала полицейской машины.

Схема зажигания светодиодов следующая:

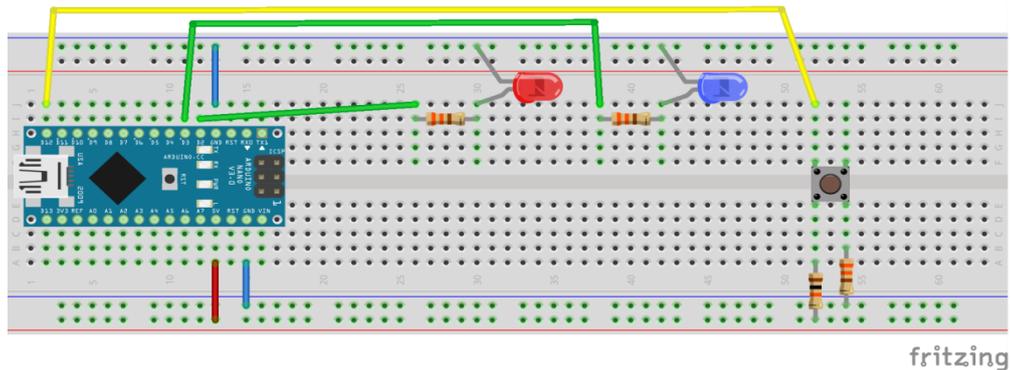
поочередно

- красный: горит 40 мсек – гаснет на 40 мсек – горит 40 мсек – гаснет на 500 мсек;
- синий: горит 40 мсек – гаснет на 40 мсек – горит 40 мсек – гаснет на 500 мсек.

(После решения задачи выслушайте внимательно преподавателя как можно выделить повторяющийся код в функции).

5. Полицейская мигалка, работающая при нажатой кнопке.

Установите элементы на плату согласно рисунку:



В схеме добавилась кнопка, подключённая к выводу 12.
(Выслушайте внимательно комментарии преподавателя по способу подключения кнопки).

В код «полицейской мигалки» добавляем:

- в setup: **pinMode(12, INPUT);** // Установка контакта 12 в режим входа
- в loop: **if (digitalRead(12)==LOW)** // Проверка условия

Код примет следующий вид:

```
#define LED_R 2  
#define LED_B 3  
#define SNS_IR 12
```

```
void setup() {  
  pinMode(LED_R, OUTPUT);  
  pinMode(LED_B, OUTPUT);  
  pinMode(SNS_IR, INPUT);  
}
```

```
void led_blinks(int led) // описание функции, выполняющей моргание LED  
{  
  digitalWrite(led, HIGH); // Зажигаем светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.  
  digitalWrite(led, LOW); // Гасим светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.  
  digitalWrite(led, HIGH); // Зажигаем светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.  
  digitalWrite(led, LOW); // Гасим светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.  
  digitalWrite(led, HIGH); // Зажигаем светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.  
  digitalWrite(led, LOW); // Гасим светодиод  
  delay(40); // Ждём 40 мс.
```

```

delay(500);          // Всё погашено на 0,5 сек
}

void loop() {
  if (digitalRead(SNS_IR)==LOW) { //
    led_blinks(LED_R); // Вызов функции. Моргание LED на контакте 2
    (красный)
    led_blinks(LED_B); // Вызов функции. Моргание LED на контакте 3
    (синий)
  }
}

```

Задачи для самостоятельного решения

1. Реализовать схему, поочерёдно включающую более 2-х светодиодов или светодиодную шкалу.

2. Реализовать схему с двумя мигалками и двумя кнопками; каждая мигалка мигает при своей нажатой кнопке.

3. Реализовать схему, включающую мигалку при поднесении руки к датчику слежения.

(Информацию по подключению и использованию датчика движения возьмите у преподавателя).

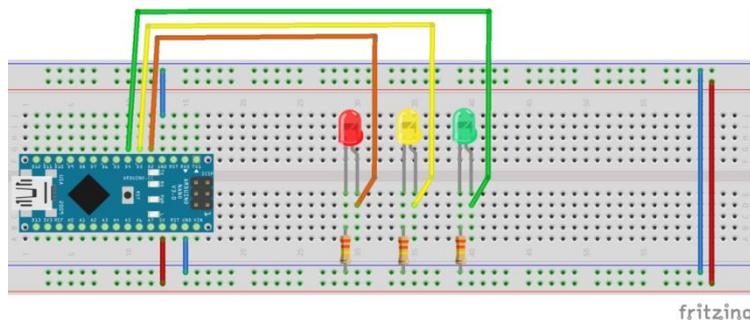
2. Разработка действующего макета светофора

Задачи

1. Собрать макет светофора (для машин), переключающегося по следующей схеме:

- включаем красный на 7 сек,
- дополнительно включаем жёлтый на 2 сек,
- выключаем жёлтый и красный, включаем зелёный на 7 сек,
- выключаем зелёный, включаем жёлтый на 2 сек,
- выключаем жёлтый.

Светодиоды подключаем к следующим контактам: 2 – красный, 3 – жёлтый, 4 – зелёный.



Код:

```
#define LED_R_M 2
#define LED_Y_M 3
#define LED_G_M 4

void setup() {
  // настраиваем цифровые выходы на вывод
  pinMode(LED_R_M, OUTPUT);
  pinMode(LED_Y_M, OUTPUT);
  pinMode(LED_G_M, OUTPUT);
}

void loop() {

  // гасим все цвета
  // digitalWrite(LED_R_M,LOW);
  digitalWrite(LED_Y_M,LOW);
  digitalWrite(LED_G_M,LOW);

  // период красного для машин
  digitalWrite(LED_R_M, HIGH); // включаем красный для машин
  delay(7000); // ждём 7 сек

  // период красно-жёлтого для машин
  digitalWrite(LED_Y_M, HIGH); // включаем дополнительно жёлтый для
  машин
  delay(1500); // ждём 1,5 сек (ПДД не более 2 сек)

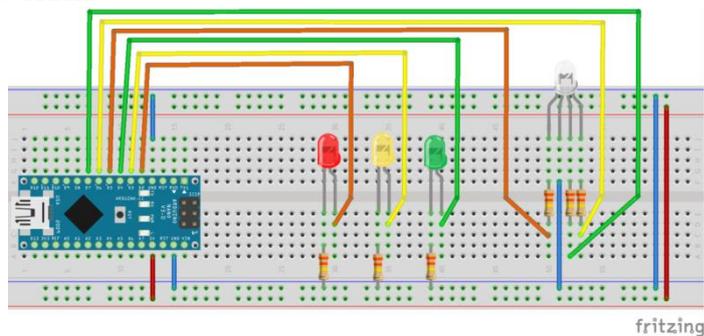
  // период зелёного для машин
  digitalWrite(LED_R_M, LOW); // выключаем красный для машин
  digitalWrite(LED_Y_M, LOW); // выключаем жёлтый для машин
  digitalWrite(LED_G_M, HIGH); // включаем зелёный для машин
  delay(7000); // ждём 7 сек

  // период жёлтого для машин
  digitalWrite(LED_G_M, LOW); // выключаем зелёный для машин
  digitalWrite(LED_Y_M, HIGH); // включаем жёлтый для машин
  delay(3000); // ждём 3 сек (ПДД)
}
```

2. В Задаче 1 добавить светофор для пешехода, переключающийся по следующей схеме:

– для машин включаем красный, для пешеходов — зелёный на 7сек;

- для пешеходов включаем и выключаем зелёный: 0,5 сек горит – 0,5 сек не горит;
- для пешеходов включаем красный (зелёный для них уже погашен), для машин включаем жёлтый на 2 сек;
- выключаем жёлтый и красный, включаем зелёный на 7 сек;
- выключаем зелёный, включаем жёлтый на 2 сек;
- выключаем жёлтый.



3. В Задаче 2 добавить вызывающую кнопку для пешеходов.

Задачи для самостоятельного решения

1. Реализовать схему включения зелёного светофора для пешехода при срабатывании датчика приближения (ультразвукового датчика расстояния).

(Информацию по подключению и использованию датчика возьмите у преподавателя).

2. Реализовать схему, запрещающую включение зелёного света для пешехода, пока ультразвуковой датчик «видит» машину.

3. Основные элементы языка программирования и средств разработки

Теория

При программировании в среде Arduino используется язык C++. Изучать полностью язык C++ мы не будем. Рассмотрим основные и необходимые для работы моменты:

1. Комментарии.

Любой текст в программе, заключённый между `/*` и `*/`, считается комментарием. Если в строке встречается последовательность `//`, то далее текст до конца строки считается комментарием.

2. Точка с запятой.

Точка с запятой завершает команду. Ставится обязательно.

3. Фигурные скобки `{}`.

Фигурные скобки объединяют фрагмент программы. Набор команд внутри скобок рассматривается как единое целое.

4. Переменные.

Переменная — это поименованная область памяти. Используя её имя (идентификатор), мы можем записывать и считывать из памяти значения. Кроме имени переменная характеризуется ещё и типом.

Например, определение переменной с именем N для целых чисел в программе будет определяться следующим образом:

int N;

Имя переменной должно начинаться с латинской буквы, может в себе содержать латинские буквы, цифры, символ нижнего подчёркивания. Если переменная определяется внутри фигурных скобок, то использоваться она может до соответствующей закрывающей скобки.

Типы переменных, которые мы будем использовать:

boolean – логическая (true, false);

byte – целое от 0 до 255;

word – целое от 0 до 65535;

int – целое от -32768 до +32768;

long – целое от -2147483648 до +2147483647;

float – число с плавающей запятой от -3.4028235E38 до +3.4028235E38 (частое использование для Arduino не рекомендуется).

5. Операторы.

- арифметические: +, -, *, /, % (остаток от деления);
- логические: **&&** (логическое И), **||** (логическое ИЛИ), **!** (отрицание);
- сравнения: == (равно), != (не равно), <, >, <=, >= ;
- изменение значения переменной: = (присваивание), ++ (увеличение на единицу), -- (уменьшение на единицу), += (увеличение на значение), -= (уменьшение на значение), *= (умножение на значение), /= (деление на значение).

6. Директива #define.

#define определяет имя (идентификатор) и последовательность символов. Эта последовательность символов будет подставляться вместо имени (идентификатора) каждый раз, когда он встретится в тексте программы.

7. Управляющие конструкции.

7.1. Оператор ветвления **if**

if (<условие>)

<команда, которая будет выполнена, если условие не равно нулю>;

else

<команда, которая будет выполнена, если условие равно нулю>.

Часть **else** может отсутствовать, а команда может представлять из себя набор команд, объединённых фигурными скобками.

7.2. Оператор цикла **while**

while (<условие>)

<команда, которая будет выполняться снова и снова, пока условие не равно нулю>;

7.3. Оператор цикла **for**

for (*<действие до начала цикла>;<условие>;
<действия в конце каждой итерации цикла>*)

<команда, которая будет выполняться снова и снова, пока условие не равно нулю>.

8. Возможности отладки кода во время выполнения программы.

Для отладки и вывода информации с микроконтроллера Arduino часто используется «Монитор порта». Окно «Монитора порта» открывается через меню «Инструменты->Монитор порта». Пример его использования будет рассмотрен в задаче.

Задачи

1. Написать программу, выводящую в «монитор порта» сообщение о запуске программы, затем сообщение о каждом выполнении `loop()` с указанием порядкового номера запуска.

Код:

```
void setup() {  
  Serial.begin(9600); // Инициализируем порт и скорость  
  Serial.println(«Запуск»); // Выводим сообщение запуска  
}
```

```
int i=0; // В переменной i будем считать кол-во запусков
```

```
void loop() {  
  i++;  
  Serial.print(«Цикл запущен»);  
  Serial.print(i);  
  Serial.println(«раз»);  
  delay(5000); // ждём 5 сек  
}
```

2. Написать программу, выводящую в «монитор порта» числа от 1 до 10 в трёх вариантах: линейном и в виде циклов с `while` и `for`.

3. Подключить к Arduino две кнопки и написать программу, выводящую при нажатии соответствующей кнопки в «монитор порта» надпись, какая кнопка нажата.

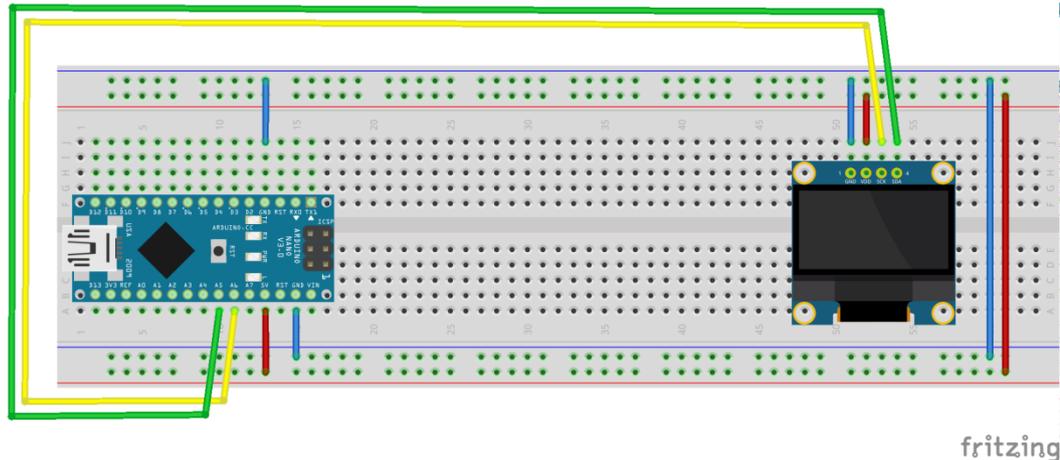
4. Подключить к Arduino датчик температуры и выводить с интервалом в 3 сек данные в «монитор порта». (*Информацию по подключению и использованию датчика возьмите у преподавателя.*)

4. Использование OLED экрана

Теория

В работах будет использован OLED экран разрешением 128x64 (на базе контроллера SSD1306). Чтобы облегчить с ним работу мы будем использовать библиотеку **Adafruit_SSD1306**.

Схема подключения:



Задачи

1. Отобразить на OLED экране базовые графические элементы

Код:

```
#include <Wire.h>
```

```
#include <Adafruit_GFX.h>
```

```
#include <Adafruit_SSD1306.h>
```

```
#define SCREEN_WIDTH 128 // Ширина экрана (в точках)
```

```
#define SCREEN_HEIGHT 64 // Высота экрана (в точках)
```

```
Adafruit_SSD1306 display(SCREEN_WIDTH, SCREEN_HEIGHT, &Wire);
```

```
void setup() {
```

```
  Serial.begin(9600);
```

```
  if(!display.begin(SSD1306_SWITCHCAPVCC, 0x3C)) { // Address 0x3C
```

```
    Serial.println(«SSD1306 allocation failed»);
```

```
    for(;;); // пустой цикл, здесь останавливаемся.)
```

```
}
```

```
  display.clearDisplay(); // Очищаем
```

```
  display.drawPixel(10, 10, WHITE); // Ставим точку с координатами (10,10)
```

```
  display.display(); delay(2000); // Отображаем изображение и ждём 2 сек
```

```
display.drawLine(20, 20, 40, 40, WHITE); // Рисуем линию (20,20)-(40,40)
display.drawLine(20, 40, 40, 20, WHITE); // Рисуем линию (20,40)-(40,20)
display.display(); delay(2000);
```

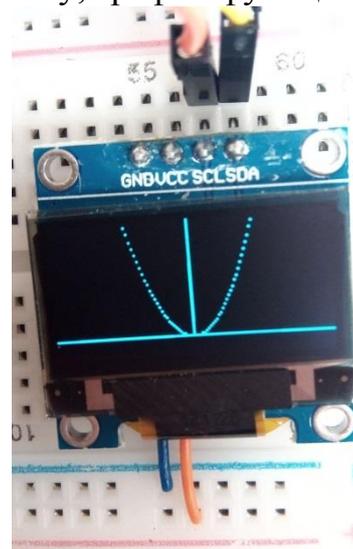
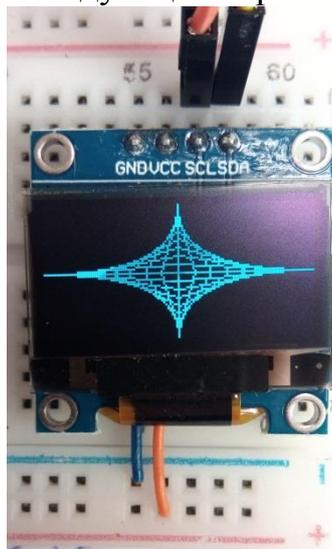
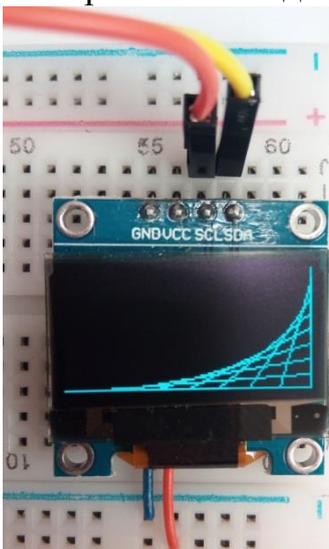
```
display.setTextColor(WHITE, BLACK); // Устанавливаем цвет вывода
текста
```

```
display.setCursor(0, 50);
display.println(«Hello, world!»);
```

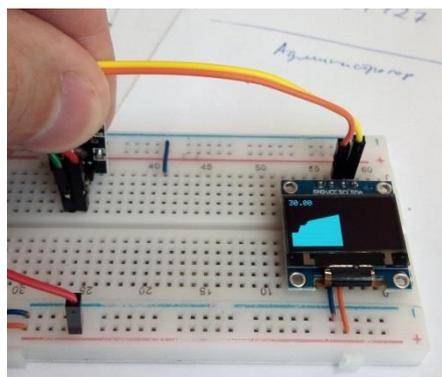
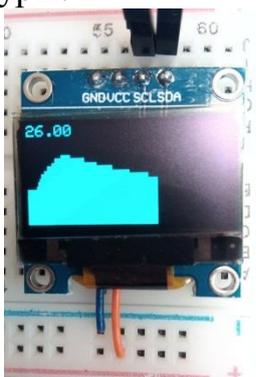
```
display.setCursor(50, 0);
display.println(3.141592);
display.display(); delay(2000);
};
```

```
void loop()
{
}
```

2. Нарисовать на дисплее следующие картинки: сетку, график функции $y = x^2$



3. Реализовать схему, отображающую на OLED экране график изменения температуры:



4. Реализовать схему, отображающую на OLED экране график расстояния (ультразвуковой датчик).

5. На дисплее отобразить движущуюся по диагоналям точку (или другой объект), которая при достижении края экрана отражается от него.

6. Реализовать схему, выполняющую с помощью четырёх кнопок (задающих направление) перемещение точки по экрану.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

*И.Н. Егоршин,
старший преподаватель кафедры «Физика»
ПИ ФГБОУ ВО ТОГУ*

Оптика — учение о природе света, световых явлениях и взаимодействии света с веществом. И почти вся её история — это история поиска ответа на вопрос: что такое свет?

Одна из первых теорий света — теория зрительных лучей — была выдвинута греческим философом Платоном около 400 лет до н. э. Данная теория предполагала, что из глаза исходят лучи, которые, встречаясь с предметами, освещают их и создают видимость окружающего мира. Взгляды Платона поддерживали многие учёные древности и, в частности, Евклид (3III век до н. э.), исходя из теории зрительных лучей, основал учение о прямолинейности распространения света, установил закон отражения.

В те же годы были открыты следующие факты:

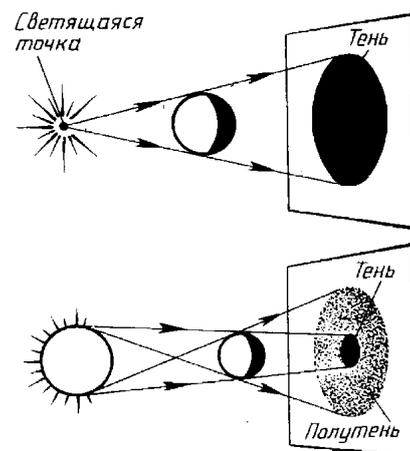
- прямолинейность распространения света;
- явление отражения света и закон отражения;
- явление преломления света;
- фокусирующее действие вогнутого зеркала.

Древние греки положили начало отрасли оптики, получившей позднее название геометрической.

В основу геометрической оптики может быть положен принцип, установленный французским математиком Ферма в середине XVII столетия. Из этого принципа вытекают законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света. В формулировке самого Ферма принцип гласит, что свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время.

Основные законы геометрической оптики

1. **Закон прямолинейного распространения света:** свет в однородной среде распространяется прямолинейно.



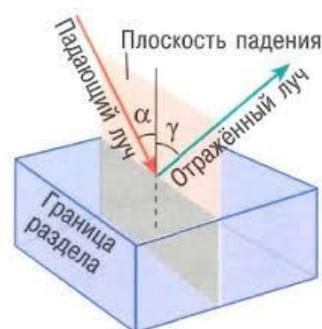
Прямолинейностью распространения света объясняется образование тени и полутени. При малых размерах источника (источник находится на расстоянии, по сравнению с которым размерами источника можно пренебречь) получается только тень (область пространства, в которую свет не попадает). При больших размерах источника света (или, если источник находится близко к предмету) создаются нерезкие тени (тень и полутень).

2. Закон независимости световых лучей: распространение световых лучей в среде происходит независимо друг от друга.

Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга. Другими словами, производимое одним пучком действие не зависит от наличия других пучков. Этот закон строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости лучей справедлив для линейных сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света (что выполняется точно при небольшой и приближённо при умеренной интенсивности света). Этот закон нарушается при распространении в веществе света высокой интенсивности (сфокусированное лазерное излучение).

3. Законы отражения света

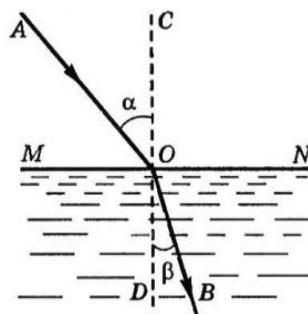
- Угол падения равен углу отражения.
- Луч падающий, луч отражённый и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.



4. Законы преломления света

- Падающий и преломлённый лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.
- Отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина, постоянная для двух данных сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$



Закон преломления был экспериментально установлен голландским учёным В. Снеллиусом в 1621 году. Постоянную величину n называют относительным показателем преломления второй среды относительно первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют абсолютным показателем преломления.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

Законы отражения и преломления находят объяснение в волновой физике. Согласно волновым представлениям, преломление является следствием изменения скорости распространения волн при переходе из одной среды в другую.

Абсолютный показатель преломления равен отношению скорости света c в вакууме к скорости света v в среде:

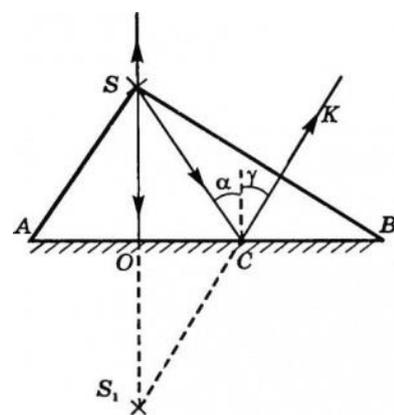
$$n = \frac{c}{v_{\text{св}}}$$

Зеркала

1. **Плоское зеркало** — это плоская поверхность, зеркально отражающая свет.

Построение изображения в зеркалах основывается на законах прямолинейного распространения и отражения света.

Построим изображение точечного источника S . От источника свет идёт во все стороны. На зеркало падает пучок света SAB , и изображение создаётся всем пучком. Но для построения изображения достаточно взять какие-либо два луча из этого пучка, например, SO и SC . Луч SO падает перпендикулярно поверхности зеркала AB (угол падения равен 0), поэтому отражённый пойдёт в обратном направлении OS . Луч SC отразится под углом $\gamma = \alpha$. Отражённые лучи OS и CK расходятся и не пересекаются, но если они попадают в глаз человека, то человек увидит изображение S_1 , которое представляет собой точку пересечения продолжения отражённых лучей.

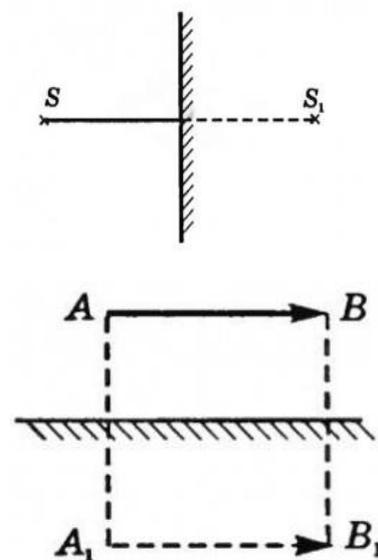


Изображение, получаемое на пересечении отражённых (или преломлённых) лучей, называется **действительным изображением**.

Изображение, получаемое при пересечении не самих отражённых (или преломлённых) лучей, а их продолжений, называется **мнимым изображением**.

Таким образом, в плоском зеркале изображение всегда мнимое.

Можно доказать (рассмотрите треугольники SOC и S_1OC), что расстояние $SO = S_1O$, т. е. изображение точки S_1 находится от зеркала на таком же расстоянии, как и сама точка S . Отсюда вытекает, что для построения изображения точки в плоском зеркале достаточно опустить на плоское зеркало из этой точки перпендикуляр и продолжить его на такое же расстояние за зеркало. При построении изображения какого-либо предмета последний представляют, как совокупность точечных источников света. Поэтому достаточно найти изображение крайних точек предмета. Изображение A_1B_1 предмета AB в плоском зеркале всегда мнимое, прямое, тех же размеров, что и предмет, и симметричное относительно зеркала.



2. Сферическое зеркало — зеркало, отражающая поверхность которого имеет вид сегмента сферы.

Сферическое зеркало может быть выпуклым или вогнутым в зависимости от того, какая сторона сегмента сферы — выпуклая или вогнутая — является отражающей. Центр соответствующей сферическому зеркалу сферы называется его центром или оптическим центром, середина сегмента — полюсом зеркала, прямая, проходящая через центр и полюс — главной оптической осью зеркала. Другие прямые, проходящие через центр зеркала и точку, отличную от полюса, называются его побочными оптическими осями.

При построении изображения любой точки источника нет надобности рассматривать много лучей. Для этого достаточно построить два луча: точка их пересечения определит местоположение изображения. Удобнее всего построить те лучи, ход которых легко проследить:

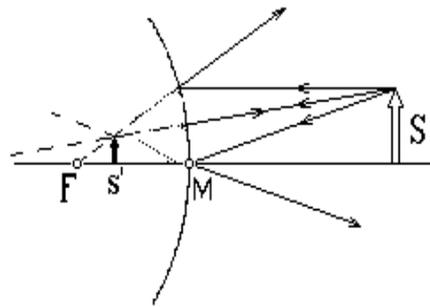
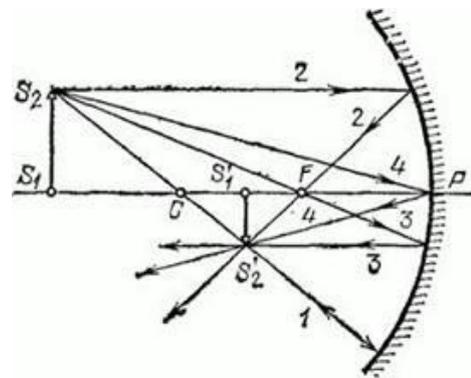
- Луч 1 проходит через центр зеркала и поэтому нормален к поверхности зеркала. Этот луч возвращается после отражения точно назад вдоль побочной или главной оптической оси.

- Луч 2 параллелен главной оптической оси зеркала. Этот луч после отражения проходит через фокус зеркала.

- Луч 3, который от точки объекта проходит через фокус зеркала. После отражения от зеркала он идёт параллельно главной оптической оси.

- Луч 4, падающий на зеркало в его полюсе, отразится назад симметрично по отношению к главной оптической оси. Для построения изображения можно воспользоваться любой парой этих лучей.

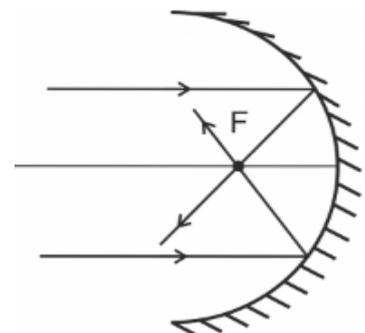
Построив изображения достаточного числа точек протяжённого объекта, можно составить представление о положении изображения всего объекта. В случае простой формы объекта, достаточно построить всего одну точку изображения S_2' .



Построение изображения в вогнутом зеркале

Первый тип задач — задачи на построение изображения в зеркале. Рассмотрим различные случаи размещения источника и зеркала.

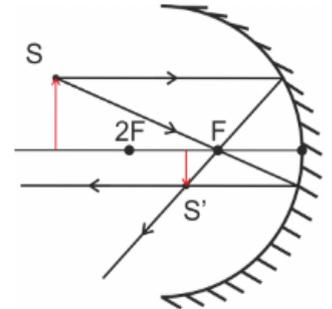
- $d \rightarrow \infty$ (источник находится очень далеко от сферического зеркала). В этом случае, мы можем считать, что все лучи от источника идут параллельно друг другу.



Пусть два луча параллельно главной оптической оси. Т. к. все лучи, идущие параллельно главной оптической оси, после отражения проходят через фокус, то точка фокуса и является точкой пересечения отражённых лучей, тогда она же и есть изображение источника (*точечное, действительное*).

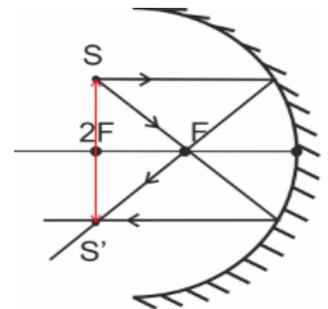
- $d > 2F$ (источник находится за двойным фокусным расстоянием).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через фокус (отражается параллельно главной оптической оси). Для визуализации изображения введём описание предмета через стрелку. Точка пересечения отразившихся лучей — изображение (*уменьшенное, действительное, перевёрнутое*). Положение — между фокусом и двойным фокусом.



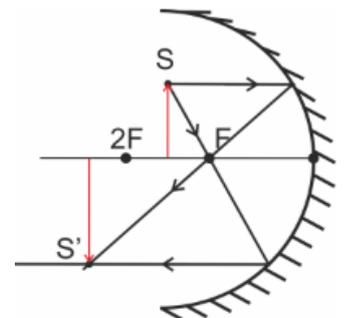
- $d = 2F$ (источник находится ровно в двойном фокусе).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через фокус (отражается параллельно главной оптической оси). Точка пересечения отразившихся лучей — изображение (*того же размера, действительное, перевёрнутое*). Положение — ровно в двойном фокусе.



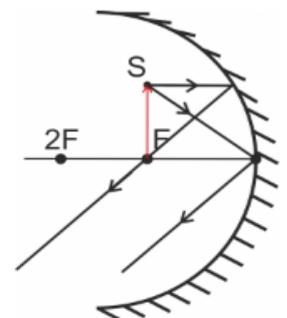
- $2F > d > F$ (источник между фокусом и двойным фокусом).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через фокус (отражается параллельно главной оптической оси). Точка пересечения отразившихся лучей — изображение (*увеличенное, действительное, перевёрнутое*). Положение — за двойным фокусом.



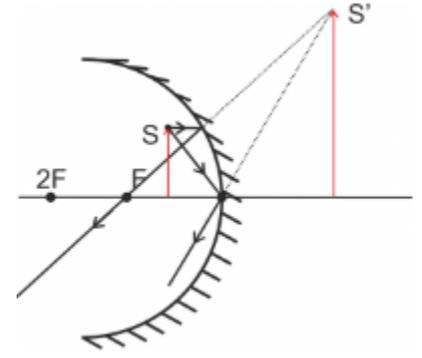
- $d = F$ (источник находится ровно в фокусе сферического зеркала).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и падающего в главный оптический центр зеркала (отражается под углом падения). В этом случае оба отражённых луча оказались параллельными друг другу, т. е. точка пересечения отражённых лучей отсутствует. Это говорит о том, что *изображения нет*.



- $d < F$ (источник находится между фокусом и главным оптическим центром).

Воспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и падающего в главный оптический центр зеркала (отражается под углом падения). Однако отражённые лучи расходятся, т.е. сами отражённые лучи не пересекутся, зато могут пересечься продолжения лучей. Точка пересечения продолжений отразившихся лучей — изображение (*увеличенное, мнимое, прямое*). Положение — за зеркалом.



Таким образом, часть фраз, присутствующих в задаче и характеризующих изображение (его величину, мнимость/действительность, расположение и т. д.), может намекать на конкретный рисунок и облегчать построение и решение самой задачи. Достаточно часто численные данные в таких задачах берутся из рисунков, на которых расстояния заданы в виде пропорций (рисунок по клеточкам).

Второй тип задач — задачи с числовыми значениями расстояний. Для сферического зеркала выводится соотношение:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где

- F – фокусное расстояние,
- d – расстояние от предмета до зеркала,
- f – расстояние от изображения до зеркала.

Линзы

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Линзы входят в состав практически всех оптических приборов. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют **тонкой**.

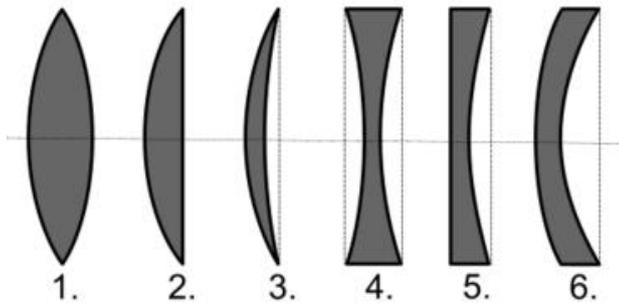
Линзы бывают **собирающими** и **рассеивающими**. Собирающая линза в середине толще, чем у краёв. Рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше.

Собирающие:

- 1 – двояковыпуклая;
- 2 – плоско-выпуклая;
- 3 – вогнуто-выпуклая.

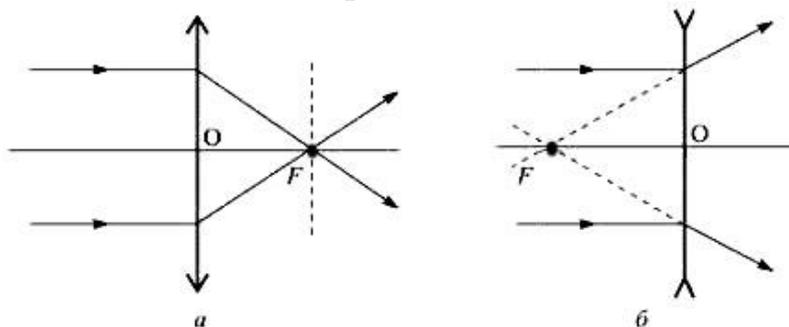
Рассеивающие:

- 4 – двояковогнутая;
- 5 – плоско-вогнутая;
- 6 – выпукло-вогнутая.



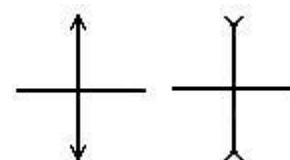
Направив на выпуклую линзу пучок лучей, параллельных главной оптической оси линзы, мы увидим, что после преломления в линзе эти лучи собираются в точке, которая называется главным фокусом линзы — точка F . Главных фокусов у линзы

два: с обеих сторон на одинаковом расстоянии от оптического центра. Направим на выпуклую линзу пучок расходящихся лучей от точечного источника, лежащего на оптической оси. Если расстояние от источника до линзы больше фокусного, то лучи после преломления в линзе пересекут оптическую ось линзы в одной точке. Следовательно, выпуклая линза собирает лучи, идущие от источников, находящихся от линзы на расстоянии, большем её фокусного расстояния. Поэтому выпуклая линза иначе называется собирающей (а).



При прохождении лучей через вогнутую линзу наблюдается другая картина (б). Пусть пучок лучей, параллельных оптической оси, на двояковогнутую линзу. Мы заметим, что из линзы лучи выйдут расходящимся пучком. Если этот расходящийся пучок лучей попадёт в глаз, то наблюдателю будет казаться, что лучи выходят из точки F . Эта точка называется мнимым фокусом двояковогнутой линзы. Таковую линзу можно назвать рассеивающей.

На чертежах линзы обозначают так, как показано на рисунке: собирающие — слева, а рассеивающие — справа.



Прямая, проходящая через центры кривизны сферических поверхностей, называется главной оптической осью линзы. В случае тонких линз приближённо можно считать, что *главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть оптическим центром линзы.* Все прямые, проходящие через оптический центр, называются *побочными оптическими осями.*

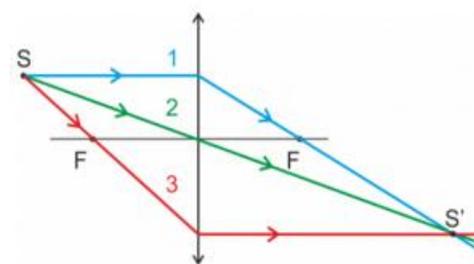
Для построения изображения в тонкой линзе можем использовать следующие лучи:

I. Для собирающей линзы:

1. Луч, идущий вдоль главной оптической оси, после преломления проходит через передний фокус.

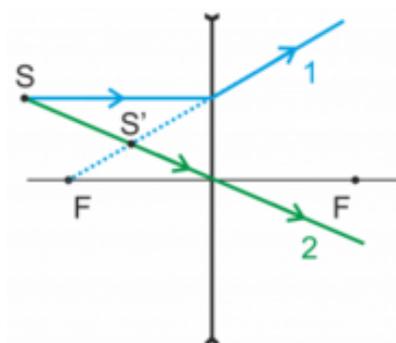
2. Луч, проходящий через оптический центр линзы, не испытывает преломления (не отклоняется от первоначального направления).

3. Луч, идущий через передний фокус, после преломления распространяется параллельно главной оптической оси.



II. Для рассеивающей линзы:

1. Луч, идущий параллельно главной оптической оси, преломляется так, что продолжения луча проходит через мнимый фокус.



2. Луч, проходящий через оптический центр линзы, не испытывает преломления (не отклоняется от первоначального направления).

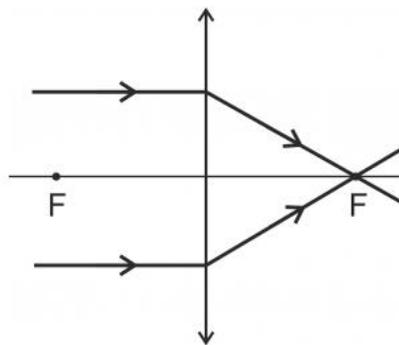
Пересечение любых из этих двух лучей (чаще всего выбирают лучи 1 и 2) дают изображение.

Построение изображения в линзах

Для собирающей линзы:

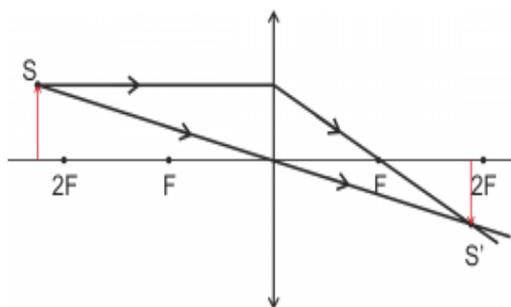
- $d \rightarrow \infty$ (источник находится очень далеко от линзы). В этом случае мы можем считать, что все лучи от источника идут параллельно друг другу.

Пусть два луча параллельно главной оптической оси линзы. Т. к. все лучи, идущие параллельно главной оптической оси линзы, после преломления в линзе проходят через фокус, то точка фокуса и является точкой пересечения преломлённых лучей, тогда она же и есть изображение источника (*точечное, действительное*).



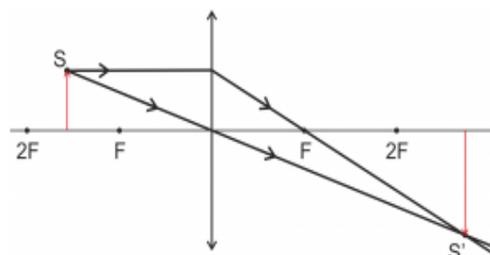
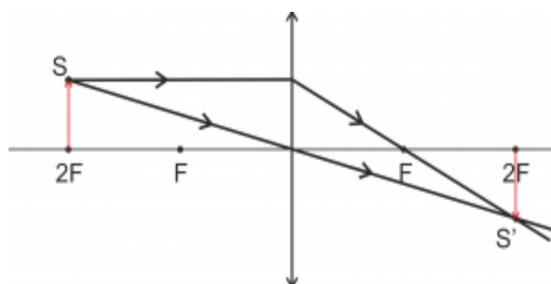
- $d > 2F$ (источник находится за двойным фокусным расстоянием).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). Для визуализации изображения введём описание предмета через стрелку. Точка пересечения преломившихся лучей — изображение (*уменьшенное, действительное, перевернутое*). Положение — между фокусом и двойным фокусом.



- $d = 2F$ (источник находится ровно в двойном фокусе).

Вспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). Точка пересечения преломившихся лучей — изображение (*того же размера, действительное, перевернутое*). Положение — ровно в двойном фокусе.

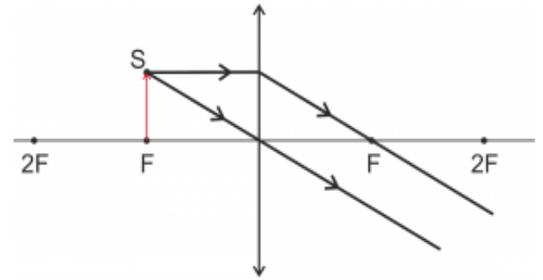


- $2F > d > F$ (источник между фокусом и двойным фокусом).

Воспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). Точка пересечения преломившихся лучей — изображение (*увеличенное, действительное, перевернутое*). Положение — за двойным фокусом.

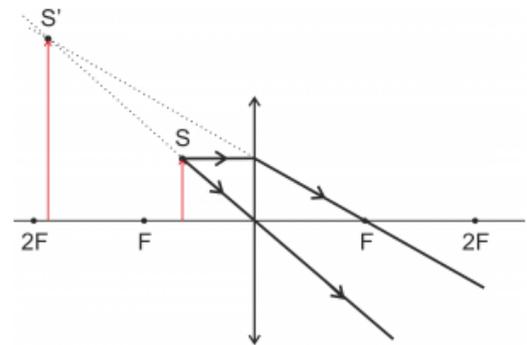
- $d = F$ (источник находится ровно в фокусе собирающей линзы).

Воспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). В этом случае, оба преломлённых луча оказались параллельными друг другу, т. е. точка пересечения отражённых лучей отсутствует. Это говорит о том, что *изображения нет*.



- $d < F$ (источник находится между фокусом и главным оптическим центром).

Воспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (отражается в фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). Однако преломлённые лучи расходятся, т. е. сами преломлённые лучи не пересекутся, зато могут пересечься продолжения этих лучей. Точка пересечения продолжений преломлённых лучей — изображение (*увеличенное, мнимое, прямое*). Положение — по ту же сторону, что и предмет.

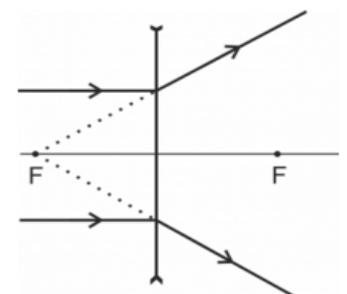


Для рассеивающей линзы:

построение изображений предметов практически не зависит от положения предмета. Так что ограничимся произвольным положением самого предмета и характеристикой изображения.

- $d \rightarrow \infty$ (источник находится очень далеко от линзы). В этом случае мы можем считать, что все лучи от источника идут параллельно друг другу.

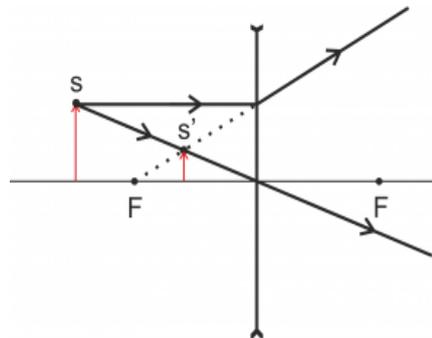
Пусть два луча параллельно главной оптической оси линзы. Все лучи, идущие параллельно главной оптической оси линзы, после преломления в линзе должны проходить через фокус (свойство фокуса). Однако после преломления в рассеивающей линзе лучи должны



расходиться. Тогда в фокусе сходятся продолжения преломившихся лучей. Тогда точка фокуса и является точкой пересечения продолжений преломлённых лучей, т. е. она же и есть изображение источника (*точечное, мнимое*).

- Любое другое положение источника.

Воспользуемся ходом луча, идущего параллельно главной оптической оси (продолжение отражённого луча проходит через передний фокус) и идущего через главный оптический центр линзы (не преломляется). Тогда изображением будет пересечение продолжений преломлённых лучей (*уменьшенное, мнимое, прямое*).



Для численных расчётов характеристик изображения **используется формула тонкой линзы**:

$$\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где:

F – фокусное расстояние («+» – для собирающей линзы; «-» – для рассеивающей линзы);

d – дистанция от предмета до линзы («+» – если предмет действительный; «-» – если мнимый);

f – дистанция между линзой и изображением («+» – если изображение действительное; «-» – если мнимое).

Рассмотрим, от чего может зависеть фокусное расстояние линзы. Совершенно ясно, что если любой луч, идущий параллельно главной оптической оси, попадает в главный фокус, то фокусное расстояние не зависит от параметров луча. Более общим утверждением будет такое: фокусное расстояние вообще не зависит от параметров источника света, но с той оговоркой, что мы рассматриваем лучи, близкие к главной оптической оси. От чего же тогда может зависеть фокусное расстояние? Во-первых, от материала, из которого изготовлена линза. Во-вторых, оно зависит от кривизны поверхностей, ограничивающих линзу. Выражение, определяющее такую зависимость:

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

n – относительный показатель преломления;

R_1, R_2 – радиусы боковых поверхностей линзы.

В быту наиболее часто, чтобы охарактеризовать линзу, пользуются другой важной характеристикой — **оптическая сила**:

$$D = \frac{1}{F}$$

Единица измерения оптической силы — Диоптрий 1 дптр = 1/м.

Понятно, что чем больше фокусное расстояние, тем оптическая сила меньше.

Подводя итоги, следует отметить, что геометрическая оптика неполно описывает оптические явления, являясь упрощением более общей волновой

оптической теории. Однако широко используется, например, при расчёте оптических систем, так как её законы математически более просты по сравнению с обобщающими волновыми законами, что существенно снижает математические трудности при анализе и синтезе оптических систем. Приблизительная аналогия между геометрической и волновой оптиками — как между ньютоновской механикой и общей теорией относительности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://optika8.narod.ru/History.htm>
2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.infoniac.ru/news/20-udivitel-nyh-faktov-o-svete.html>
3. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://slovari.yandex.ru/dict/bse/article/00055/38400.htm>.
4. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bse.sci-lib.com/article084657.html>
5. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://fizika-ege.ru/news/rol_optiki_v_razviti_fiziki/2010-01-23-106
6. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://mirсловarei.com/content_bes/Optika-44145.html
7. [Электронный ресурс]. – Энциклопедия «Википедия»
8. The Fundamentals of Efficient Synthesizable Finite State Machine
9. .Design using NC-Verilog and BuildGates Clifford E. Cummings September 16-18, 2002 San Jose, California.
10. АРДЕН Арден: что может быть? Автоматизировано? – Информатика и инженерные исследования (ткань). – Москва: ИЛ, 2013. – 833 гр.
11. Майк Шмидт Ардуино. – М.: Высшая школа, 2011. – 275 с.
12. Simon Monk 30 Arduino Projects для злого гения. – McGraw-Hill Book Company, Inc. – М., 2010. – 208 с.
13. Рыбников К.А. История математики: Учебник. – М.: МГУ, 1994.
14. Олехник С.Н. Задачи по алгебре, тригонометрии и элементарным функциям / С.Н. Олехник. – М.: Высшая школа, 2016. – 134 с.
15. М.К. Потапов Алгебра. Тригонометрия и элементарные функции / М.К. Потапов, В.В. Александров, П.И. Пасиченко. – М., 2015. – 762 с.
16. Решетников Н.Н. Тригонометрия в школе. Лекции 1–4. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2010. – 96 с.

**Краевое государственное
автономное образовательное учреждение
дополнительного образования
«Центр развития творчества детей (Региональный модельный центр
дополнительного образования детей Хабаровского края)»**

680000, г. Хабаровск, ул. Комсомольская, 87

тел. / факс: (4212) 30-57-13

Инстаграм: @dop.obrazovanie27

e-mail: yung_khb@mail.ru

<http://www.kcdod.khb.ru>

Тираж: 50 экз.